

MODELACIÓN MATEMÁTICA APLICADA A LA PLANEACIÓN AGREGADA DE LA PRODUCCIÓN EN EL PROCESO DE FRITURA DE MANITOBA SAS.

SAMIR JARAMILLO<sup>1</sup>  
[samirjaramilo@usc.edu.co](mailto:samirjaramilo@usc.edu.co)

John Masso, M.Sc<sup>2</sup>  
[John.mass00@usc.edu.co](mailto:John.mass00@usc.edu.co)

Universidad Santiago de Cali, Facultad de Ingeniería, Programa de Especialización en Gerencia de Logística Integral (1)  
Universidad Santiago de Cali, Facultad de Ingeniería, Programa de ingeniería (2)

**Resumen**

En el presente artículo se propone una herramienta para la planeación agregada de la producción de un centro productivo de la empresa Manitoba SAS aplicando modelación matemática. En la metodología se desarrollan tres fases para la resolución del problema, en la primera fase se selecciona el modelo guía, identificado a través de una revisión preliminar de la literatura de los diferentes autores que han abordado el tema en cuestión. Posteriormente se describe el modelo seleccionado, sus parámetros de entrada y variables de decisión. En la segunda fase, se adapta el modelo matemático a los valores del centro productivo de la empresa, donde se plantan las ecuaciones de costos que componen la función objetivo y las restricciones. Por último, se analizan y se comparan los resultados obtenidos del modelo frente al comportamiento de la producción real obtenida para un periodo de seis meses utilizando el solver de Excel, se obtiene una reducción de un 10% en los costos totales del plan agregado lo que representa una oportunidad de aplicación en los demás procesos de la compañía para lograr un impacto financiero.

*Palabras Clave:* Planeación agregada; Modelación matemática, Programación Lineal.

**Abstract.**

In the present article a tool for the aggregate planning of the production of a productive center of the company Manitoba SAS is proposed, applying mathematical modeling. In the methodology, three phases are developed to solve the problem, in the first phase the guide model is selected, identified through a preliminary review of the literature of the different authors who have addressed the subject in question. Subsequently, the selected model, its input parameters and decision variables are described. In the second phase, the mathematical model is adapted to the values of the productive center of the company, where the cost equations that make up the objective function and the restrictions are planted. Finally, the results obtained from the model are analyzed and compared with the behavior of the real production obtained for a period of six months using the Excel solver, a reduction of 10% in the total costs of the aggregate plan is obtained, which represents an opportunity for application in the other processes of the company to achieve a financial impact..

*Keywords:* Aggregate Planning, Mathematical modeling, Linear programming.

## 1. INTRODUCCIÓN

Manitoba S.A.S es una empresa con más de 35 años en el mercado la cual ofrece maní y frutos secos, sus productos son innovadores y cuenta con un portafolio de excelente calidad y variedad, estos son distribuidos en los principales supermercados de cadena y tiendas de descuento duro a nivel nacional e internacional. Actualmente en Manitoba S.A.S no se realiza el proceso de planeación agregada de la producción, oportunidad de mejora que pretende resolver este proyecto.

La planeación de producción en Manitoba S.A.S se realiza a corto plazo con un horizonte semanal donde se especifican las cantidades a producir para cada una de las 175 referencia de venta, 50 tipos de productos en proceso y 13 centros productivos, la cantidad de personal necesario, y los turnos para cada centro productivo, El 80% de la producción es para inventario y el restante se hace bajo pedido del cliente. Sin embargo, no se realiza la planeación agregada de la producción a mediano plazo entre 3 a 18 meses, la cual permite anticipar y determinar los niveles de producción, capacidad, fuerza de trabajo e inventarios, así como el nivel de utilización de los recursos, para satisfacer la demanda y minimizar los costos asociados (Chopra, 2013).

Las principales causas por la cuales no existe una metodología para la planeación agregada de la producción se debe a que el proceso de planeación actual se ha definido según la experiencia y el criterio de las personas, a ensayo y error y se ha ajustado a las herramientas existentes como Excel y el sistema CGUNO 8.5, actualmente no se tiene en cuenta los costos del plan de producción por tanto no se determina si la operación es eficiente, presentando variaciones en mano de obra, horas extras, sobrecostos de inventarios paradas de planta y tercerización de las bodegas.

En cuanto a la mano de obra, se varía la plantilla según la necesidad, se contrata o se despide personal, variaciones que le cuestan a la empresa aproximadamente 24 millones de pesos mensuales. Además, el personal trabaja con horas extras las cuales en el último año han incrementado la participación sobre el total de horas trabajadas pasando de un 16% en el 2017 a un 41% en el 2018; en el 2017 se pagaban alrededor de 30 millones mensuales y este año 2018, van 66 millones en horas extras.

En cuanto a los costos de inventarios en el 2016 se mantenía en promedio mensual 4000 millones de pesos y en el 2018 el promedio está en 5800 millones de pesos lo que representa un incremento del 47.4% en el inventario, este incremento además ha generado efecto en los pagos por alquiler de almacenamiento en bodegas externas en 2017 se pagó 7 millones de pesos mensual y en el 2018 fue 18 millones en este rubro.

En términos generales el modelo de programación lineal de la producción ha sido ampliamente usado por las empresas, lo cual se evidencia en el estudio “Application of Linear Programming Method on Selected Examples from the Enterprises” aquí se afirma que la programación lineal es una de las técnicas más eficientes de la investigación de operaciones y es usado por los gerentes de operaciones para resolver problemas de logística y producción. Además, exponen el análisis de las herramientas de software que se usan para resolver los modelos de programación dentro de las cuales se destaca el Solver de Excel (Iaichova, Stichhauerova, & Turcok, 2014).

Muchos investigadores han resuelto el problema de la planeación agregada de la producción considerando diferentes métodos y variables. (de Kruijff, 2018), plantearon un modelo de programación lineal entera mixto para la planeación de producción a mediano plazo en una industria de alta tecnología y bajo volumen, donde plantearon 6 restricciones, de balance de inventarios, demanda independiente, de pedidos atrasados, de asignación de recursos y la capacidad de los recursos, con el objetivo de minimizar el nivel de inventario, el costo de retraso en las entregas y el costos de producción, el modelo fue aplicado para 32 ítem, 4 centros productivos y 104 periodos de tiempo, este fue resuelto en CPLEX un software de optimización y resolvió el problema de asignación de recursos a los ítems con diferentes lead times, diferentes secuencias de producción, lo cual es similar a la operación de Manitoba.

Por otro lado, (Reyes, 2017), propusieron un modelo de programación lineal entera para planificar la producción de

productos con demanda independiente determinando la cantidad a producir para cada producto, el inventario al final de cada periodo, y el tiempo ocioso y extra para cada recurso por periodo, minimizando los costos de producción, inventarios demanda insatisfecha, los costos tiempo ocioso y de tiempo extra de los recursos, el modelo posteriormente fue resuelto en el software Gurobi (solucionador MPL) y se resolvió el modelo para 5 escenarios diferentes considerando lotes de producción fijos y no fijos y niveles de inventarios máximos y mínimos flexibles, y sin límites de inventarios, uno de estos escenarios planteados puede ser aplicado en el presente proyecto.

El proyecto tiene como finalidad aplicar un modelo matemático desarrollado para la planeación agregada de la producción en Manitoba S.A.S., que permita determinar los costos de producción, fuerza de trabajo, e inventarios anticipando las necesidades con un mayor horizonte de planeación para lograr un impacto en los resultados financieros de la empresa.

Este artículo se compone de una fase Selección del modelo matemático, donde se realiza una revisión de la literatura de los diferentes estudios que han tratado de resolver la planeación agregada de la producción y se describe el modelo matemático seleccionado. Posteriormente en la fase de adaptación del modelo, se plantean las variables, ecuaciones y función objetivo ajustado a los datos de la empresa, después se resuelve el modelo planteado en el solver de Excel para la planeación agregada del proceso de fritura de la empresa y se presentan las tablas con los resultados obtenidos, finalmente se analizan y se comparan los resultados del modelo frente a la producción real dada en la empresa durante un periodo de 6 meses del año 2018.

## 2. METODOLOGÍA

La metodología seguida para la realización del presente proyecto se compone de tres fases, y es la siguiente.

- **Fase 1: Selección del Modelo Matemático**

En esta fase se revisó en las bases de datos de la universidad Santiago de Cali, como Proquest, Science Direct y Dialnet, los diferentes artículos relacionados con la planeación agregada de la producción y modelos matemáticos aplicados, se encontraron aproximadamente 30 artículos en inglés y español, los cuales se revisaron y se clasificaron según criterios de practicidad en su aplicación, simplicidad en la modelación matemática, similitud frente al proceso productivo y principalmente que se pudiera parametrizar y ejecutar en un software accesible para la empresa sin incurrir en costos de licencias, luego se describieron 9 modelos matemáticos y finalmente basado en los criterios anteriormente expuestos se selecciona y se describe el modelo seleccionado, sus parámetros de entrada, variables de decisión, restricciones y función objetivo.

- **Fase 2: Adaptación del Modelo Matemático**

Posteriormente, para adaptar el modelo al problema de estudio en la empresa se recolectó la información de entrada de las diferentes áreas involucradas como talento humano, costos, planeación, producción y el área de sistemas. Estos datos sirvieron para luego definir la función objetivo y las restricciones que plantea el modelo. Con la estructura del modelo planteado se parametriza en Excel, las variables, y restricciones, datos de entrada y función objetivo, para luego ser resuelto utilizando la herramienta del Solver de Excel. A continuación, la figura del modelo en Excel.

Figura 1. Modelo de planeación agregada en Excel

Plan Agregado Proceso de Fritura Manitoba SAS																								
VARIABLES														RESTRICCIONES						Costos para el plan agregado Proceso de Fritura				
Mes	Semanas	Turno 1 2 x 8 hr	Turno 2 2 x 12 hr	Turno 3 3 x 8 hr	T4 2 Turnos 10 hr	NTC Contratos	NTD Despidos	NTR Fuerza de trabajo	Producción semanal Kg	Inventario mes (kg)	Producción Mes (kg)	Demanda (Kg)	Balace de Inventario	Turno	Horas extras	Contratos	Despidos	Tiempo regular	Tiempo extra	Inventario				
	0																							
1	1																							
	2																							
	3																							
	4																							
2	5																							
	6																							
	7																							
	8																							
3	9																							
	10																							
	11																							
	12																							
4	13																							
	14																							
	15																							
	16																							
5	17																							
	18																							
	19																							
	20																							
6	21																							
	22																							
	23																							
	24																							
Costo Total=		0																						

Fuente Elaboración Propia, Tutor

Una vez ejecutado el modelo se presentan las tablas con los resultados obtenidos, tomando los datos históricos de la producción y los pronósticos de venta durante un periodo de tiempo.

• **Fase 3. Análisis de resultados obtenidos**

En esta fase se analizan los resultados, identificando los valores arrojados por el modelo y comparando con el comportamiento real de la producción del proceso productivo y concluyendo respecto de la aplicabilidad del modelo.

**3. RESULTADOS**

**3.1 Selección del modelo Matemático de planeación agregada de la producción**

**3.1.1 Revisión de la literatura de modelos matemáticos de planeación agregada de la producción**

A continuación, se mencionan nueve artículos de revistas científicas de las principales bases de datos y libros considerados importantes para realización del proyecto:

Tabla 2. Artículos planeación agregada de producción

Autores	Título	Metodología y resultados
(Arango Serna, 2019)	Modelización difusa para la planeación agregada de la producción en ambientes de incertidumbre.	Se desarrolla un modelo de programación lineal difusa para la planeación agregada de la producción con la demanda como parámetro de incertidumbre. Minimizando los costos asociados a la planeación agregada de la producción teniendo en cuenta restricciones de capacidad inventarios, mano de obra, horas extras, contrataciones y despidos.
(Arredondo Ortega, 2017)	Modelo de Planeación y control de la producción a mediano plazo para una industrial textil en un ambiente Make to order.	Se desarrolla un modelo de programación lineal entera mixto de planeación agregada maximizando el beneficio total de fabricación y venta, considerando restricciones de capacidad, consumo de centros de trabajo y demanda, posteriormente

		se plantea un modelo de programación de operaciones secuenciando las cantidades de prendas a producir en el taller.
(Boiteux, 2010)	Modelo Matemático para la Planificación Agregada de la Producción de IMPSA	Se desarrolla un modelo matemático de programación lineal para simular la planeación agregada de la compañía. fue programado y simulado en el software ILOG-OPLStudio Se busca maximizar el beneficio alcanzado al finalizar cada proyecto.
Chopra S. & Meindl P. (2013)	Planeación agregada en una cadena de suministro	Se desarrolla un modelo de planeación agregada utilizando programación lineal, minimizando los costos de la planeación agregada y restricciones de fuerza de trabajo capacidad e inventarios.
(Iaichova, Stichhauerova, & Turcok, 2014)	Application of linear programming method on selected examples from the enterprises	Resalta el uso de la programación lineal, para la resolución de problemas de producción en las 10 empresas contactadas y presenta un análisis de los principales softwares utilizados. Finalmente resuelve un modelo de programación lineal utilizando el solver de Microsof Excel.
(Vaselovska, 2014)	Linear programming model of production process optimization: a case study	En este artículo se presenta un modelo genérico de programación lineal para el proceso de producción, ajustable para cualquier tipo de empresa, se basa en la minimización de costos, de adquisición, de producción fijos y variables, costos de inventarios y transporte.
(Vogel, 2016)	Integrated versus hierarchical approach to aggregate production planning and master production scheduling	El modelo combina e integra la planeación agregada y la programación maestra de la producción (MPS), con el objetivo de minimizar los costos totales.
(de Kruijff, 2018)	Integer programming models for mid-term production planning for high-tech low-volume supply chains	Se desarrolla un modelo de programación lineal entera mixto para la planeación de producción a mediano plazo, considerando restricciones de balance de inventarios, capacidad de los recursos, inventarios y demanda, para minimizar los costos de mantener inventarios, de retraso en las entregas y de horas extras, el modelo fue resuelto en CPLEX.
(Reyes, 2017)	Plan maestro de producción basado en programación lineal entera para una empresa de productos químicos	Plantean un modelo de programación lineal entera para planificar la producción de productos con demanda independiente, minimiza los costos de tiempo ocioso y costos de tiempo extra de los recursos, producción e inventarios considera un nivel de servicio mínimo de la demanda, restricciones de inventarios, de capacidad, de no negatividad y variables enteras, fue resuelto el software Gurobi de MPL.

Fuente. Elaboración propia

### 3.1.2 Descripción del modelo matemático de planeación agregada de producción

Para el desarrollo del presente estudio se tomó como base el modelo propuesto por (Chopra, 2013), por su facilidad de aplicación ya que fue ejecutado en el solver de Excel.

El problema de planeación agregada de la producción consiste en que, dado el pronóstico de la demanda para cada uno de los periodos en el horizonte de planeación, determinar los niveles de producción, inventario y capacidad (interna y externa) para cada periodo que maximicen las utilidades de la empresa durante el horizonte de planeación. (Chopra, 2013)

En términos generales al aplicar modelación matemática para resolver un problema se deben seguir los siguientes pasos:

- a. Identificación de parámetros de entrada del modelo:

- b. Definir el criterio de la función objetivo: minimizar o maximizar.
- c. Identificar y definir las variables de decisión.
- d. Plantear la función objetivo en términos matemáticos.
- e. Identificar y definir las restricciones del sistema
- f. Ejecutar el modelo en un software de optimización

Para cada uno de los pasos anteriores y basados en el modelo propuesto por (Chopra, 2013) se define lo siguiente:

El modelo se aplica para un tipo de producto que es la cantidad agregada de maní frito en kilogramos, el cual se requiere para las ventas de aproximadamente 40 de los 50 tipos de productos.

#### a. Identificación de parámetros de entrada del modelo.

Para resolver el problema de planeación agregada se requiere de la siguiente información de entrada. (Chopra, 2013).

- Pronóstico de la demanda de maní frito para cada semana. Ft.(kg). t=Periodo semanal.
- Numero de horas Productivas por semana por turno. (Horas).NhrP
- Numero de Personas base por turno. (Personas).Npt
- Costo de producción (\$/kg)
- Costos de mano de obra, en tiempo regular. CMR
- Costo mano obra tiempo extra (\$/h). CME
- Costo de contratar (\$/trabajador). CC
- Costo de despedir (\$/trabajador). CD
- Costo de mantener inventario (\$ unidad/periodo). CMI
- unidades x hora del proceso productivo (kg/h).Uhr
- Restricciones: limites en tiempo extra.

#### b. Definir el criterio de la función objetivo

Se busca minimizar los costos de la planeación agregada, que es la sumatoria de los costos de contratación y despidos, costos de producir en tiempo regular y en tiempo extra, costos de mantener inventarios, para un horizonte de planeación de 6 meses o 24 semanas.

#### c. Identificar y definir las variables de decisión.

Las variables de decisión planteadas para la resolución del problema son las siguientes:

- Tipo de turno a realizar por cada semana. (T1, T2, T3, T4), (2 turnos x8hr, 2 turnos x12 hr, 3 turnos x8hr, 2 turnos x10hr). Es una variable binaria.
- Número de trabajadores requeridos en cada semana: NTRt
- Número de trabajadores contratados al inicio de cada semana: NTCT
- Número de trabajadores despedidos al inicio de cada semana: NTDT
- Inventario al final del mes: IFm
- Producción de cada mes: Pm

### 3.2 Adaptar el modelo matemático al centro productivo

#### 3.2.1 Planteamiento del modelo matemático seleccionado al proceso de fritura de la empresa.

En la empresa se hizo una recolección de datos consultando el sistema CGUNO V. 8.5 y a los funcionarios del área de costos, nómina y talento humano para identificar los parámetros de entrada del modelo, así como lo valores para plantear las restricciones (ver tabla 3.)

Tabla 3. Parámetros de entrada del modelo

Parámetros	Valor	unidad de medida	Fuente
Costo Mano de obra en tiempo regular	\$ 7.639	\$/hr.h	Cguno V. 8.5
Costo Mano de obra en tiempo Extra	\$ 11.459	\$/hr.h	50% más del costo regular
Costo de contratar a un operario	\$ 2.001.187	\$/operario	Departamento de Talento humano y Nómina
			(Incluye: Visita domiciliaria, examen médico, dotación e inducción) más la carga prestacional del 64%.
Costos de despedir a un operario	\$ 1.143.085	\$/operario	Departamento de Talento humano y Nómina
			Examen de egreso, liquidación de primas, vacaciones, cesantías e intereses
Costo de mantener inventario	147	kg/mes	Gerente de operaciones
Costo de producción	\$ 4900	\$/kg	Sistema CGUNO V. 8.5
Horas productivas x semana x Turno 1	88	Horas	2 turnos de 8 horas (Producción)
Horas productivas x semana x Turno 2	124	Horas	2 turnos de 12 horas (Producción)
Horas productivas x semana x Turno 3	128	Horas	3 turnos de 8 horas (Producción)
Horas productivas x semana x Turno 4	104	Horas	2 turnos de 10 horas (Producción)
Número de personas base por turno T1,T2,T4	14	personas	Producción
Número de personas base por turno T3	21	Personas	Producción
kg x hora centro productivo	375	kg/h	Producción
Límite de horas extras por mes	\$ 40	Horas	Departamento de Talento humano y Nómina

Fuente. Manitoba S.A.S

**d. Plantear la función objetivo en términos matemáticos**

La función objetivo es minimizar el costo total y se compone de los costos de mano de obra en tiempo regular, costos de mano de obra en tiempo extra, costos de contratos y despidos y costos de mantener inventarios.

• **Costo de mano de obra en tiempo regular:**

Para el centro productivo de Fritura la tarifa regular es de \$7639/hr, a la semana se trabaja 44 horas por turno, si son dos turnos trabajan 14 personas, si son tres turnos se requieren 21 personas. El costo de mano de obra semanal en tiempo regular sea T1, T2 o T4, es de \$4.705.624 , si es para T3(3 turnos) es de \$7.058.436:

$$\text{Costo de mano de obra en tiempo regular} = \sum_{t=1}^{24} (4.705.624 * T1) + (4.705.624 * T2) + (7.058.436 * T3) + (4.705.624 * T4)$$

Ecuación 1.

- **Costo de mano de obra en tiempo extra**

El costo de mano de obra semanal en tiempo extra es de \$ 11.459/hr y aplica las horas extras solo para los turnos T2 y T4 si se trabaja a 2 turnos de 12 horas o 2 turnos de 10 horas en la semana. Para dos turnos de 12 hr a la semana se trabajan 20 horas extras semanales y para dos turnos de 10 hr, se trabaja 10 horas extras semanal por persona:

$$\text{Costo de mano de obra en tiempo extra} = \sum_{t=1}^{24} (3.208.520 * T2) + (1.604.260 * T4)$$

Ecuación 2

- **Costo de contratación y despido**

El costo de contratar un trabajador es de \$ 2.001.187/trabajador y el costo de despedirlo es de \$1.143.085/trabajador. NTCt representa el Número de trabajadores contratados en cada semana y NTDt representa el Número de trabajadores despedidos al inicio de cada semana:

$$\text{Costo de contratacion y despido} = \sum_{t=1}^{24} (2.001.187 * NTCt) + (1.143.085 * NTDt)$$

Ecuación 3

- **Costo de mantener el inventario**

El costo de mantener inventario es de \$147kg /mes. IFm representa Inventario al final del mes:

$$\text{Costo de mantener inventario} = \sum_{T=1}^6 (147 * IFm)$$

Ecuación 4

La función es objetivo está dada por la sumatoria de todos los costos anteriores:

*Costo total de Planeación agregada* =

$$\begin{aligned} &= \sum_{t=1}^{24} (4.705.624 * T2) + (4.705.624 * T2) + (7.058.436 * T3) + (4.705.624 * T4) \\ &+ \sum_{t=1}^{24} (3.208.520 * T2) + (1.604.260 * T4) \\ &+ \sum_{t=1}^{24} (2.001.187 * NTCt) + (1.143.085 * NTDt) + \sum_{t=1}^6 (147 * IFm) \end{aligned}$$

Ecuación 5

e. **Identificar y definir las restricciones el sistema**



- **Restricciones de fuerza de trabajo:** El tamaño de la fuerza de trabajo (NTRt) está determinado por el tipo de turno que se realice en cada semana, la condición es que en cada semana se debe definir el tipo de turno y el número de trabajadores requeridos es igual al tipo de turnos por 14 o 21 personas dependiendo si es de dos o tres turnos.

$$NTRi = (T1i * 14 + T2i * 14 + T3i * 21 + T4i * 14) \quad \text{Ecuación 6}$$

- **Restricciones de capacidad:** Se limita la cantidad producida para que no exceda la capacidad disponible, en cada semana se produce la capacidad según el tipo de turno establecido y las horas productivas por turno. el centro productivo tiene rendimiento en kg x hora de 375.

$$Pm = (T1i * 33000) + (T2i * 46.500) + (T3i * 48.000) + (T4i * 39.000) \quad \text{Ecuación 7}$$

**Restricciones de balance de inventario**

EL inventario al final del mes esta expresado así:

- $IFm = IFm - 1 + Pm - Ft$  Ecuación 8

**Restricciones de límite en el tiempo extra**

Ningún empleado puede trabajar más de 40 hr extras por mes, esto es una restricción para el Turno 2 de 2turnos x 12 horas, ya no se puede realizar más de dos semanas consecutivas al mes con este turno:

$$\sum_{t=1}^4 T2i \leq 2 \quad \text{Ecuación 9}$$

**f. Ejecutar el modelo en un software de optimización.**

Para la ejecución del modelo de la planeación agregada de la producción se utiliza el solver de Excel ya que es una herramienta disponible para la empresa en cualquier momento, sin incurrir en costos adicionales.

**3.2.2 Presentación de tablas de resultados del modelo matemático resuelto en solver de Excel**

En la fase resolución del modelo propuesto, se toma la producción real dada para el primer trimestre del año 2018, luego se ingresaron los datos al modelo desarrollado en Excel y se ejecutó, posteriormente los resultados del modelo fueron comparados con los turnos establecidos en el centro productivo durante el mismo periodo de tiempo y así comparar cuál de las dos opciones resultó con un mejor costo total del plan agregado.

Se presentan los datos de entrada del modelo:

Tabla 4. Producción proceso de fritura

Mes	Producción (kg)
Enero/18	180147
Febrero/18	150.782
Marzo/18	112.607
Abril/18	180.550

Mayo/18	215.148
Junio/18	145.628

Fuente. Manitoba

Al inicio del periodo de estudio se inició con 14 personas en el proceso y un inventario de 10000kg de maní, el modelo se aplica con fuerza de trabaja variable y tiempo extra.

A continuación, los resultados arrojados para el periodo de estudio

Tabla 5. Variables Modelo Planeación agregada

Mes	Semanas	VARIABLES										
		Turno 1 2 x 8 hr	Turno 2 2 x 12 hr	Turno 3 3 x 8 hr	T4 2 Turnos 10 hr	NTC Contratos	NTD Despidos	NTR Fuerza de trabajo	Producción semanal Kg	Inventario mes (kg)	Producción Mes (kg)	Demanda (Kg)
	0	14								10000		
1	1	0,0	0,0	1,0	0,0	7	0	21	48.000			
	2	0,0	0,0	1,0	0,0	0	0	21	48.000			
	3	0,0	1,0	0,0	0,0	0	7	14	46.500			
	4	1,0	0,0	0,0	0,0	0	0	14	33.000	5.353	175.500	180.147
2	5	1,0	0,0	0,0	0,0	0	0	14	33.000			
	6	1,0	0,0	0,0	0,0	0	0	14	33.000			
	7	0,0	0,0	1,0	0,0	7	0	21	48.000			
	8	0,0	0,0	1,0	0,0	0	0	21	48.000	16.571	162.000	150.782
3	9	0,0	0,0	1,0	0,0	0	0	21	48.000			
	10	1,0	0,0	0,0	0,0	0	7	14	33.000			
	11	1,0	0,0	0,0	0,0	0	0	14	33.000			
	12	0,0	0,0	0,0	1,0	0	0	14	39.000	56.964	153.000	112.607
4	13	0,0	0,0	1,0	0,0	7	0	21	48.000			
	14	0,0	0,0	1,0	0,0	0	0	21	48.000			
	15	0,0	0,0	1,0	0,0	0	0	21	48.000			
	16	1,0	0,0	0,0	0,0	0	7	14	33.000	53.414	177.000	180.550
5	17	0,0	0,0	1,0	0,0	7	0	21	48.000			
	18	0,0	0,0	1,0	0,0	0	0	21	48.000			
	19	0,0	0,0	1,0	0,0	0	0	21	48.000			
	20	0,0	0,0	1,0	0,0	0	0	21	48.000	30.266	192.000	215.148
6	21	1,0	0,0	0,0	0,0	0	7	14	33.000			
	22	1,0	0,0	0,0	0,0	0	0	14	33.000			
	23	1,0	0,0	0,0	0,0	0	0	14	33.000			
	24	1,0	0,0	0,0	0,0	0	0	14	33.000	16.638	132.000	145.628

Fuente. Excel

Tabla 6. Costos del Modelo Planeación agregada

Mes	Semanas	Contratos	Despidos	Tiempo regular	Tiepo extra	Inventario
	0					
1	1	\$ 14.008.309,00	\$ -	\$ 7.058.436	\$ -	
	2	\$ -	\$ -	\$ 7.058.436	\$ -	
	3	\$ -	\$ 8.001.595,00	\$ 4.705.624	\$ 3.208.520	
	4	\$ -	\$ -	\$ 4.705.624	\$ -	\$ 786.891
2	5	\$ -	\$ -	\$ 4.705.624	\$ -	
	6	\$ -	\$ -	\$ 4.705.624	\$ -	
	7	\$ 14.008.309,00	\$ -	\$ 7.058.436	\$ -	
	8	\$ -	\$ -	\$ 7.058.436	\$ -	\$ 2.435.937
3	9	\$ -	\$ -	\$ 7.058.436	\$ -	
	10	\$ -	\$ 8.001.595,00	\$ 4.705.624	\$ -	
	11	\$ -	\$ -	\$ 4.705.624	\$ -	
	12	\$ -	\$ -	\$ 4.705.624	\$ 1.604.260	\$ 8.373.708
4	13	\$ 14.008.309,00	\$ -	\$ 7.058.436	\$ -	
	14	\$ -	\$ -	\$ 7.058.436	\$ -	
	15	\$ -	\$ -	\$ 7.058.436	\$ -	
	16	\$ -	\$ 8.001.595,00	\$ 4.705.624	\$ -	\$ 7.851.858
5	17	\$ 14.008.309,00	\$ -	\$ 7.058.436	\$ -	
	18	\$ -	\$ -	\$ 7.058.436	\$ -	
	19	\$ -	\$ -	\$ 7.058.436	\$ -	
	20	\$ -	\$ -	\$ 7.058.436	\$ -	\$ 4.449.102
6	21	\$ -	\$ 8.001.595,00	\$ 4.705.624	\$ -	
	22	\$ -	\$ -	\$ 4.705.624	\$ -	
	23	\$ -	\$ -	\$ 4.705.624	\$ -	
	24	\$ -	\$ -	\$ 4.705.624	\$ -	\$ 2.445.786
		\$ 88.039.616,00	\$ -	\$ 145.981.500,00	\$ -	\$ 26.343.282,00
		<b>Costo Total=</b>	\$			<b>260.364.398,00</b>

Fuente. Excel

Tabla 7. Variables Planeación agregada producción real

Mes	Semanas	VARIABLES										
		Turno 1 2 x 8 hr	Turno 2 2 x 12 hr	Turno 3 3 x 8 hr	T4 2 Turnos 10 hr	NTC Contratos	NTD Despidos	NTR Fuerza de trabajo	Producción semanal Kg	Inventario mes (kg)	Producción Mes (kg)	Demanda (Kg)
	0	14								10000		
1	1	0,0	0,0	1,0	0,0	7	0	21	48.000			
	2	0,0	1,0	0,0	0,0	0	7	14	46.500			
	3	0,0	1,0	0,0	0,0	0	0	14	46.500			
	4	0,0	0,0	1,0	0,0	7	0	21	48.000	18.853	189.000	180.147
2	5	0,0	0,0	0,0	1,0	0	7	14	39.000			
	6	0,0	0,0	0,0	1,0	0	0	14	39.000			
	7	0,0	0,0	0,0	1,0	0	0	14	39.000			
	8	0,0	0,0	0,0	1,0	0	0	14	39.000	24.071	156.000	150.782
3	9	0,0	0,0	0,0	1,0	0	0	14	39.000			
	10	0,0	0,0	0,0	1,0	0	0	14	39.000			
	11	0,0	0,0	0,0	1,0	0	0	14	39.000			
	12	0,0	0,0	0,0	1,0	0	0	14	39.000	67.464	156.000	112.607
4	13	0,0	1,0	0,0	0,0	0	0	14	46.500			
	14	0,0	0,0	0,0	1,0	0	0	14	39.000			
	15	0,0	1,0	0,0	0,0	0	0	14	46.500			
	16	0,0	0,0	1,0	0,0	7	0	21	48.000	66.914	180.000	180.550
5	17	0,0	1,0	0,0	0,0	0	7	14	46.500			
	18	0,0	0,0	1,0	0,0	7	0	21	48.000			
	19	0,0	0,0	1,0	0,0	0	0	21	48.000			
	20	0,0	0,0	0,0	1,0	0	7	14	39.000	33.266	181.500	215.148
6	21	0,0	0,0	0,0	1,0	0	0	14	39.000			
	22	0,0	0,0	0,0	1,0	0	0	14	39.000			
	23	0,0	0,0	0,0	1,0	0	0	14	39.000			
	24	0,0	0,0	0,0	1,0	0	0	14	39.000	43.638	156.000	145.628

Fuente. Excel

Tabla 8. Costos del plan agregado producción real

Semanas	Contratos	Despidos	Tiempo regular	Tiepo extra	Inventario
0					
1	\$ 14.008.309,00	\$ -	\$ 7.058.436	\$ -	
2	\$ -	\$ 8.001.595,00	\$ 4.705.624	\$ 3.208.520	
3	\$ -	\$ -	\$ 4.705.624	\$ 3.208.520	
4	\$ 14.008.309,00	\$ -	\$ 7.058.436	\$ -	\$ 2.771.391
5	\$ -	\$ 8.001.595,00	\$ 4.705.624	\$ 1.604.260	
6	\$ -	\$ -	\$ 4.705.624	\$ 1.604.260	
7	\$ -	\$ -	\$ 4.705.624	\$ 1.604.260	
8	\$ -	\$ -	\$ 4.705.624	\$ 1.604.260	\$ 3.538.437
9	\$ -	\$ -	\$ 4.705.624	\$ 1.604.260	
10	\$ -	\$ -	\$ 4.705.624	\$ 1.604.260	
11	\$ -	\$ -	\$ 4.705.624	\$ 1.604.260	
12	\$ -	\$ -	\$ 4.705.624	\$ 1.604.260	\$ 9.917.208
13	\$ -	\$ -	\$ 4.705.624	\$ 3.208.520	
14	\$ -	\$ -	\$ 4.705.624	\$ 1.604.260	
15	\$ -	\$ -	\$ 4.705.624	\$ 3.208.520	
16	\$ 14.008.309,00	\$ -	\$ 7.058.436	\$ -	\$ 9.836.358
17	\$ -	\$ 8.001.595,00	\$ 4.705.624	\$ 3.208.520	
18	\$ 14.008.309,00	\$ -	\$ 7.058.436	\$ -	
19	\$ -	\$ -	\$ 7.058.436	\$ -	
20	\$ -	\$ 8.001.595,00	\$ 4.705.624	\$ 1.604.260	\$ 4.890.102
21	\$ -	\$ -	\$ 4.705.624	\$ 1.604.260	
22	\$ -	\$ -	\$ 4.705.624	\$ 1.604.260	
23	\$ -	\$ -	\$ 4.705.624	\$ 1.604.260	
24	\$ -	\$ -	\$ 4.705.624	\$ 1.604.260	\$ 6.414.786
	\$	88.039.616,00	\$	163.201.276,00	\$ 37.368.282,00
	<b>Costo Total=</b>	\$			<b>288.609.174,00</b>

Fuente. Excel.

#### 4. DISCUSIÓN

En la tabla 5, se presentan los resultados del modelo del plan agregado propuesto donde se determina el tipo de turno a realizar por cada semana, el número de contratos o despidos, fuerza de trabajo requerida, la producción semanal y mensual y el inventario a mantener. La tabla 6, identifica los costos asociados a la solución propuesta por el modelo logrando un costo total en el periodo de seis meses de \$ 260.364.398. Por otro lado, la información presentada en las tablas 7 y 8 describe las variables y costos con los turnos reales de producción que se dieron en el periodo de análisis del primer semestre del año 2018 con un costo total de \$ 288.089.362

Finalmente, En la tabla 9, se presentan en termino generales, el resumen comparativo de los costos del plan agregado de producción del modelo frente al producción real, se observa que los resultados del modelo arrojados por el solver de Excel después de aproximadamente 500 iteraciones, se obtuvo una reducción del 10% en el costo total del plan agregado. En cuanto a los costos de contratos y despidos el modelo no logró reducciones, sin embargo, en los costos de tiempos extra y regular si logra reducir en un 11% y donde más impacto se obtiene es el costo de mantener inventarios con 30% menor a la producción real durante el periodo de estudio de seis meses.

Tabla 9. Comparativo de costos

	Contratos	Despidos	Tiempo regular	Tiempo extra	Inventario	Costo Total
Costos Plan agregado						
Producción real	\$	88.039.616	\$	163.201.276	\$ 37.368.282	\$ 288.609.174
Costos Plan agregado						
Modelo	\$	88.039.616	\$	145.981.500	\$ 26.343.282	\$ 260.364.398

% Reducción	0%	-11%	-30%	-10%
-------------	----	------	------	------

Fuente. Excel

## 5. CONCLUSIONES

- Mediante una revisión de los diferentes modelos matemáticos se pudo identificar el modelo más práctico para aplicar en la resolución del problema de la planeación agregada de la producción en la empresa Manitoba SAS, definiendo la función objetivo, variables y restricciones del modelo..
- Utilizando la planeación agregada con modelación matemática se pudo encontrar un plan alternativo para la producción del proceso productivo de fritura optimizando los costos totales del plan de producción.

## 6. BIBLIOGRAFIA

- Arango Serna, M. D. (2019). Modelización Difusa para la Planificación Agregada de la Producción en Ambientes de Incertidumbre. *Revista Universidad Nacional de Colombia*, 397-409.
- Arredondo Ortega, G. C. (2017). Modelo de planeación y control de la producción a mediano plazo para una industria textil en un ambiente make to order. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, 169-193.
- Boiteux, O. F. (2010). Modelo Matemático para la Planificación Agregada de la Producción de IMPSA. . *Iberoamerican Journal of Industrial Engineering*, 90-112.
- Chopra, S. M. (2013). *Administración de la cadena de suministro*. Mexico: Pearson.
- de Kruijff, J. C. (2018). Integer programming models for mid-term production planning for high-tech low-volume supply chains. *European Journal of Operational Research*, 984-997.
- Iaichova, E., Stichhauerova, E., & Turcok, L. (2014). Application of linear programming method on selected examples from the enterprises.
- Reyes, Y. M. (2017). Plan maestro de producción basado en programación lineal entera para una empresa de productos químicos. *Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa*, 147-168.
- Vaselovska, L. (2014). Linear Programming model of production process optimization: A case Study. *Business Management Review*, 67-82.
- Vogel, T. B. (2016). Integrated versus hierarchical approach to aggregate production planning and master production scheduling. *OR Spectrum*, 193-229.