

Determinación del portafolio óptimo, según riesgo y rendimiento, de las empresas del sector petrolero que cotizan en bolsa en Colombia

Determination of optimal portfolio, about risk and return, of the oil sector companies listed on the stock exchange of Colombia

COLCIENCIAS TIPO 1. ARTÍCULO ORIGINAL

RECIBIDO: AGOSTO 21, 2013; ACEPTADO: SEPTIEMBRE 22, 2013

Rodolfo Ruiz Camargo

rodolfo.ruiz@hotmail.com

Juan Fernando Sardi

juanfersp@hotmail.com

Universidad Santiago de Cali, Colombia

Resumen

El mercado de capitales colombiano ofrece diversas alternativas de inversión, una de ellas las acciones de empresas del sector petrolero que cotizan en la Bolsa de Valores de Colombia. La función de los administradores de portafolios de inversión es lograr el mayor rendimiento, minimizando el riesgo; este artículo presenta los resultados de la aplicación de un modelo de optimización en *Solver* que permite encontrar el portafolio óptimo eficiente a partir de la teoría del portafolio moderno de Harry M. Markowitz y la aplicación del modelo CAPM. De cada punto de la frontera eficiente de inversión se debe buscar una mezcla óptima, producto de la fusión de activos riesgosos –acciones de empresas petroleras– y activos de riesgo cierto (o cero), tales como los TES. En el punto óptimo eficiente –o portafolio óptimo– el inversionista logra una rentabilidad alta a un nivel de riesgo tolerable a sus expectativas, permitiendo una decisión acertada en la inversión de acciones en el sector petrolero.

Palabras Clave

Acciones; riesgo; rendimiento; teoría de Markowitz; frontera eficiente; modelo C.A.P.M.

Abstract

Colombian capital markets provides investment alternatives, one of these is investments oil stocks traded on the Colombia Stock Exchange. The role of investment portfolio managers is to achieve the best performance while minimizing risk; this paper presents the results of applying an optimization model in *Solver* to find the optimal portfolio efficiently from modern portfolio theory of Harry M. Markowitz, and applying the CAPM model. From every point of the efficient frontier of investment must find an optimal mix, which is the product of the merger of risky assets, ie shares of oil companies, with other true risk (or zero), such as TS, in the efficient or optimal point optimal portfolio the investor achieves high performance to a tolerable level of risk to your expectations, allowing a wise decision in investing in the oil sector shares.

Keywords

Stocks; risk; performance; theory Markowitz; efficient frontier; model CAPM.

I. INTRODUCCIÓN

El mundo financiero está afrontando una gran cantidad de cambios y el número de riesgos inherentes a él crece constantemente; esto hace que las entidades que conviven con estos riesgos, al igual que los inversionistas, estén a la vanguardia en teorías para manejar y cubrir estos riesgos. El mercado de capitales constituye un universo oferente de diversas alternativas de inversión, en el cual cada activo tiene un nivel de riesgo dado; la función de los financistas es lograr el mayor rendimiento, minimizando el riesgo.

El mercado de capitales colombiano ofrece diversas alternativas de inversión, una de ellas, la inversión en acciones; tanto el crecimiento de las inversiones del sector petrolero, como el aumento en los precios internacionales de este *commodity* en los últimos años, han generado un impacto muy positivo en la economía del país. Este impacto se refleja en el crecimiento económico del sector petrolero y en las actividades que proveen insumos, en los ingresos de la Nación y las regiones y, también, en las relaciones exteriores de Colombia. Las empresas de este sector que cotizan en la Bolsa de Valores de Colombia son: Canacol Energy, Ecopetrol, Pacific Rubiales y Petrominerales, la mayor parte de ellas realizan sus actividades económicas en Colombia y Perú.

Un portafolio óptimo de inversión es aquel que permite obtener el mayor nivel de rendimientos con el menor nivel de riesgo posible. Según el comportamiento histórico de los precios de las acciones de las empresas del sector petrolero que cotizan en la Bolsa de Valores de Colombia, es posible determinar la línea del mercado de capitales para este grupo de acciones y con ello determinar un portafolio óptimo.

El objetivo general de esta investigación es determinar el portafolio óptimo en cuanto a riesgo y rendimiento de las empresas del sector petrolero que cotizan en la Bolsa de Valores de Colombia.

Para la construcción de los portafolios óptimos se aplican técnicas de optimización según el modelo de Markowitz¹, planteando un desarrollo práctico en Excel, basado en los rendimientos diarios ponderados de acciones petroleras.

II. MÉTODO

A continuación se hace una referencia del modelo de Markowitz (1952; 1959) y el modelo CAPM (Sharpe, 1964; Lintner, 1965; Mossin, 1966), que se aplicaron durante esta investigación y que son la base conceptual de los modelos cuantitativos utilizados para la elaboración de portafolios en estrategias activas de inversión.

El modelo de Markowitz, referente teórico en el campo de la selección de carteras, puede resultar de gran utilidad en la práctica. Los analistas de inversiones, los gestores de carteras, incluso los inversores particulares, pueden utilizarlo de forma sencilla, al disponer del software y hardware necesarios para su aplicación. No obstante, no se debe olvidar que el empleo de esta técnica requiere una estimación correcta de los rendimientos esperados de los títulos y de sus covarianzas. Además, las estimaciones realizadas en función de datos históricos no aseguran el comportamiento posterior del mercado bursátil.

En este sentido, Michaud (1989) considera que el empleo de parámetros históricos como estimadores de los parámetros esperados, introduce sesgos importantes, que hace que las carteras eficientes proporcionadas por el modelo se formen fundamentalmente con activos de alta rentabilidad, reducida varianza y baja correlación con otros activos. Esto proporciona carteras concentradas en pocos títulos, que resultan poco atractivas para los inversores. No obstante, este inconveniente puede solucionarse introduciendo restricciones que limiten el porcentaje máximo del presupuesto que pueda destinarse a cada título (Michaud, 1989).

En el estudio empírico realizado, se observa, por un lado, que el modelo de Markowitz (1952, 1959) es capaz de proporcionar carteras que batan a las carteras de mercado de referencia (IGBV), obteniendo mayores rentabilidades con un menor riesgo. Por lo tanto, el modelo de Markowitz, como herramienta de selección de carteras es capaz de proporcionar carteras con mejor *performance* que los índices de referencia del mercado. No obstante, estos resultados están sujetos a las consideraciones expuestas sobre las limitaciones de las estimaciones realizadas con base en datos históricos.

El principal aporte de Markowitz (1952, 1959) es recoger, de forma explícita en su modelo de rasgos fundamentales, lo que se puede calificar como conducta racional del inversionista: buscar la composición de la cartera que haga máxima la rentabilidad para un

¹ Harry M. Markowitz (Chicago, 1927). Premio Nobel de Economía 1990 (junto con M. Miller y W.Sharpe) por su aporte al análisis de carteras de inversión y a los métodos de financiación corporativa.

determinado nivel de riesgo o buscar el mínimo riesgo para una rentabilidad dada.

El inversionista se encuentra presionado por dos fuerzas de sentido opuesto: el anhelo de ganancias y la insatisfacción que le produce el riesgo.

El modelo de Markowitz (1952, 1959) parte de las siguientes hipótesis:

- La rentabilidad de cualquier título o cartera es una variable aleatoria cuya distribución de probabilidad para el periodo de referencia es conocida por el inversor. Se acepta como medida de rentabilidad de la inversión la *media* de dicha variable aleatoria.
- Se acepta como medida del riesgo la dispersión la varianza o la desviación estándar de la variable aleatoria que describe la rentabilidad, ya sea de un valor individual o de una cartera.
- El inversor elegirá aquellas carteras con una mayor rentabilidad y menor riesgo.

Markowitz (1952, 1959) centró su atención en la diversificación de carteras y mostró cómo un inversor puede reducir el riesgo de una cartera eligiendo valores cuyas oscilaciones no sean paralelas, es decir, valores que tengan poca relación, de manera que unos aumenten su valor, mientras otros experimenten bajas en sus precios, lo que puede deberse a sensibilidades opuestas ante determinados factores macroeconómicos (diversificación).

Según Markowitz, es preferible hablar de *selección de portafolios* que de *selección de títulos*; un buen portafolio es más que una buena lista de acciones y bonos, es un todo balanceado que protege al inversionista y le da alternativas con respecto a un alto rango de contingencia.

El inversionista debe construir un portafolio sobre la base de satisfacer sus necesidades. Un análisis de portafolio tiene que estar basado sobre criterios que sirvan de guía para lo importante y lo no importante; lo relevante y lo no relevante.

A. Teoría microeconómica del problema y selección

La teoría del portafolio es básicamente un problema de selección de un consumidor; donde el consumidor es un inversionista y los bienes son los diferentes activos financieros que el mercado le ofrece. Toda unidad o agente económico que recibe un ingreso presenta su propio patrón de consumo que cada bien le produce al individuo, una satisfacción o utilidad; por ello cada agente económico

tiende a maximizar su utilidad de acuerdo con el ingreso, lo que hace que la unidad consumidora pueda estar en posibilidad de obtener diferentes combinaciones de bienes, cuya ordenación y preferencias son una decisión del consumidor (Ferguson & Gould, 1978).

La función de preferencia posee las siguientes características:

- la función de preferencia establece un orden de lugar para todo presupuesto dado;
- para los dos presupuestos A y B, la función de preferencia indica que A es preferible a B, que B es preferible a A, o que el consumidor es indiferente entre estas dos alternativas; y
- una combinación es mayor a otra menor. Una combinación es mayor cuando contiene por lo menos el mismo número de unidades de cada uno de los bienes de esta última y más unidades de por lo menos uno de los bienes.

En resumen la función de preferencias se caracteriza por dos relaciones: la de preferencia y la indiferencia.

1) Preferencia de los inversionistas

Si bien es cierto que los inversionistas buscan rendimientos altos y menores riesgos, no se puede precisar qué portafolio preferirá un determinado inversionista, ya que ello depende de su actitud frente al riesgo. El grado de riesgo e incertidumbre respecto de la rentabilidad de un activo financiero influye en su demanda. Dependiendo del nivel de riesgo que el inversionista está dispuesto a asumir, es posible encontrar:

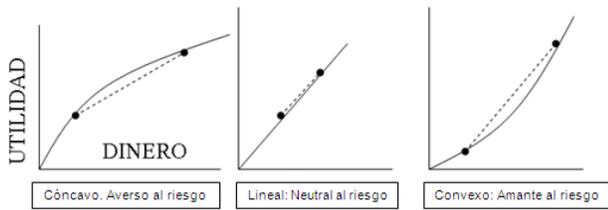
- individuos neutrales al riesgo, quienes prefieren los activos con menos riesgos y alta rentabilidad, de manera prudente;
- individuos amantes del riesgo, quienes prefieren los activos con mayores riesgos, pero la más alta rentabilidad; e
- individuos con aversión al riesgo, quienes prefieren cero riesgo.

La Figura 1 muestra la curva de los tipos de inversionista según su nivel de aceptación del riesgo.

Se parte de la base de que el riesgo siempre está asociado a la posibilidad de que ocurra un evento indeseable. El riesgo surge de la existencia de incertidumbre; cuando hay total certeza, es decir cuando todas las variables que afectan la inversión son

perfectamente predecibles, la selección de portafolios de inversión no representa riesgo alguno.

Figura 1. Curva de los tipos de inversionistas (Collati, 2002)



El concepto de riesgo está asociado al de incertidumbre, pero no son sinónimos, la incertidumbre genera el riesgo y el riesgo es el resultado final de la incertidumbre. La incertidumbre tiene dos fuentes:

- las apreciaciones subjetivas, tales como los gustos, las preferencias, las experiencias y la intuición; y
- el medio o ámbito mediante el cual se ejerce la inversión, donde opera gran cantidad de fuerzas por fuera del control del sujeto.

Se puede hablar de tres tipos de riesgo en la selección de portafolios: de pérdida de capital; de desaprovechar la oportunidad de inversión, es decir, de asignar recursos a activos de menor rentabilidad; y de liquidez, es decir de invertir en activos que son difíciles de convertir en dinero.

2) Diversificación y riesgo

La descomposición del riesgo de un título en diversificable (o no sistemático) y en no diversificable (o sistemático) ha surgido de la aproximación de la teoría del portafolio elaborada por Markowitz (1952, 1959) para inversiones de capital, la cual ha culminado en el conocido modelo de precios de activos de capital desarrollado por Sharpe (1964), Lintner (1965) y Mossin (1966).

3) Determinación del tipo de información y variables a considerar para la conformación de un portafolio de inversión

Para la aplicación de la teoría moderna de Portafolio se tendrán en cuenta las siguientes formulaciones matemáticas y estadísticas, las cuales se fundamentan en la investigación de Buenaventura y Cuevas (2005).

El rendimiento de activos financieros. Los retornos entre t y t+1 para cada activo (i= 1,.....n,) se obtienen a partir de aplicar la aproximación logarítmica.

$$R_i = I_n \left(\frac{P_{t+1}}{P_t} \right) * 100$$

El rendimiento promedio de cada activo financiero, que se obtiene mediante la siguiente fórmula:

$$E(R_i) = \frac{\sum_{t=1}^T R_i}{t}$$

En donde:

Ri es el rendimiento del activo i en un periodo dado t y T

El riesgo de cada activo financiero, medido como la desviación típica (se le define como volatilidad) se obtiene mediante la siguiente fórmula:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (R_i - \mu)^2}{n - 1}}$$

En donde:

σ es la desviación estándar

Ri es el rendimiento del activo i

μ es la media del activo i

La varianza, que se define como el valor promedio de los cuadrados de las desviaciones de cada observación con respecto a la media μ, se puede expresar mediante la siguiente fórmula:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \mu)^2}{N}$$

En donde:

σ2 es la varianza de la población

Xi es el valor de la observación i enésima

μ es la medida de la población

N es el número total de observaciones en la población

La covarianza, una medida de relación lineal entre los diferentes activos que describe la tendencia o movimiento conjunto de estos. Dichas variables pueden ser los rendimientos de un portafolio. Si la covarianza es positiva

significa que cuando uno de los activos sube el otro también lo hace; si por el contrario la covarianza es negativa, implica que cuando aumenta el activo A el activo B disminuye y viceversa. Si además la covarianza es cercana a cero significa que los dos activos son independientes. La covarianza se obtiene mediante la siguiente fórmula:

$$COV(R_i, R_j) = \sum_{j=1}^n p_i [R_i - E^2(R_i)] [R_j - E(F_j)]$$

En donde:

R_i es la rentabilidad del activo financiero A
 R_j es la rentabilidad del activo financiero B
 p_i es la probabilidad de ocurrencia
 E(R_i) el rendimiento promedio del activo A
 E(R_j) el rendimiento promedio del activo B

El coeficiente de correlación es la raíz cuadrada del coeficiente de determinación; se conoce como coeficiente de correlación, p. Se define como la covarianza entre la variable dependiente y la variable independiente, dividida entre el producto de sus desviaciones estándar.

$$P_{xy} = \frac{COV(x, y)}{\alpha\sigma y}$$

El rendimiento esperado del portafolio se obtiene así:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n W_i E(R_i)$$

En donde:

R_i es el rendimiento de cada activo p
 E_i es el peso de cada activo en el portafolio
 N es el número de activos que participan en el portafolio
 E(R_p) es el rendimiento esperado del portafolio.

El riesgo de un portafolio P, con múltiples alternativas de inversión, se logra mediante el cálculo de su desviación típica:

$$\sigma_p = \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i W_j COV_{ij} \right)^{1/2}$$

En donde:

σ_p es el riesgo del portafolio

Según Court & Tarradellas (2010), la frontera eficiente define los portafolios factibles que permitan optimizar el riesgo o la rentabilidad, de manera que a cada nivel de rentabilidad se tenga el menor riesgo posible; el conjunto de carteras eficientes puede calcularse resolviendo el siguiente programa cuadrático paramétrico, minimizando la varianza. Se utiliza la siguiente fórmula:

$$\text{Min} \\ (V) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i \sigma_{ij} X_j = \sum_{i=1}^n \sigma^2_{iX^2} X_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i \sigma_{ij} X_j$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^n r_i x_i \geq p$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

$$x_i \neq 0$$

Dónde:

N: número de activos financieros considerados

X_i: Fracción invertida en el activo financiero i-ésimo

r_i: Rentabilidad esperada del activo financiero i-ésimo

σ²_j: Varianza de la rentabilidad del activo financiero i-ésimo

σ_{ij}: Covarianza entre la rentabilidad esperada del activo i-ésimo y el j-ésimo

V: Varianza de la cartera

P: Rentabilidad que el inversor espera recibir como mínimo

Posteriormente se maximiza la rentabilidad esperada dada la varianza, mediante la siguiente formulación:

$$\text{Max } (R) = \sum_{i=1}^n r_i x_i$$

Sujeto a las siguientes restricciones:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i \sigma_{ij} X_j \leq \bar{V}$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

$$x_i \geq 0$$

Donde:

R: Rentabilidad esperada de la cartera de activos financieros

r_i : Rentabilidad esperada del activo financiero i-ésimo.

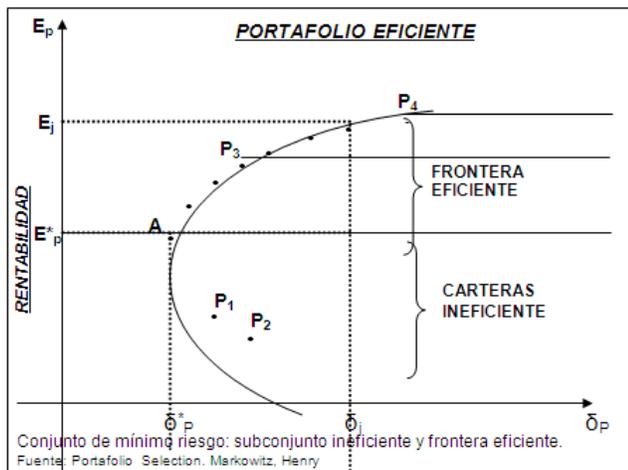
X_i : Fracción invertida en el activo financiero i-ésimo

σ_{ij} : Covarianza entre la rentabilidad esperada del activo i-ésimo y el j-ésimo

V: Nivel de riesgo preestablecido.

La Figura 2 ilustra el portafolio eficiente de inversión.

Figura 2. Portafolio eficiente de inversión



Los puntos sobre la curva en la Figura 2. representan las diferentes combinaciones de portafolios eficientes (en la parte superior) o ineficientes (parte inferior); donde se

obtiene bien la mejor rentabilidad a un riesgo dado, o bien el menor riesgo a una rentabilidad dada.

Con base en la curva de la frontera eficiente y la línea del mercado de capitales se obtiene el portafolio óptimo eficiente de inversión, que es el punto de tangencia entre la línea del mercado de capitales y la frontera eficiente. El teorema de separación consiste en la determinación del portafolio M óptimo, lo cual requiere maximizar la pendiente de la recta:

$$m = \frac{Rp - r}{\sigma_p}$$

Sujeto a la restricción presupuestaria:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

Donde:

Rp= Rendimiento del portafolio

rf = Tasa libre de riesgo

σ_p = Volatilidad del portafolio

Para este cálculo se debe de utilizar una tasa libre de riesgo (r) o sea la tasa de interés que posea el menor riesgo de inversión en el mercado; normalmente, en el caso colombiano, se utilizan las inversiones en TES, títulos de tesorería emitidos por el Estado.

El portafolio óptimo gráficamente, es aquella recta que pasa por r (tasa libre de riesgo) y tiene la máxima pendiente, sin salirse de la frontera eficiente. La metodología expuesta por Vélez Pareja (2001), es la siguiente:

$$\text{Max } \tan \phi = \frac{Rp - r}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j COV_{ij}}} r$$

Cumpliendo:

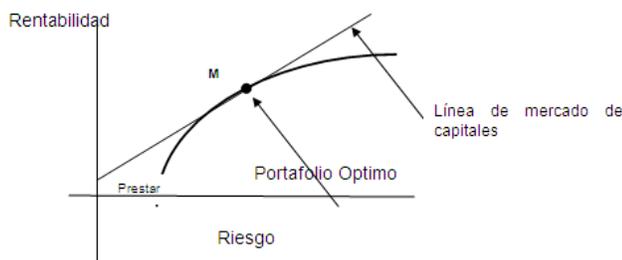
$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

Dónde:

X_i : Fracción invertida en el activo financiero i -ésimo
 COV i j : es la covarianza entre las parejas de títulos alternativos de inversión X
 r = Tasa libre de riesgo
 N : Numero de activos que se utilizan para la construcción del portafolio

La Figura 3 muestra la línea del mercado de capitales, la frontera eficiente y el portafolio óptimo.

Figura 3. Línea del mercado de capitales



III. RESULTADOS

En este aparte se realizarán los cálculos matemáticos y estadísticos para identificar el comportamiento del nivel de riesgo y los rendimientos generados por las acciones de las empresas del sector petróleo que cotizan en la Bolsa de Valores de Colombia.

Las acciones que se utilizaron son las de: Canacol Energy, Petrominerales, Pacific Rubiales y Ecopetrol; para esta investigación se tomaron los precios históricos de las acciones publicados en la página institucional del grupo Aval (2013), tomando como periodo de estudio desde el 21 de diciembre de 2011 hasta el 5 Junio de 2013, para un total de 355 ruedas.

Los cálculos para determinar los niveles de riesgo y rendimiento se realizaron teniendo como base la evolución del precio de la acción de cada una de las empresas en el periodo indicado. A partir de estas cifras, utilizando la fórmula de rentabilidad, se determinó la rentabilidad diaria por acción durante el periodo de estudio.

La Tabla 1 muestra las cifras consolidadas de la rentabilidad y riesgo de cada una de las acciones durante el periodo de estudio. En ella se observa que la acción de Canacol Energy es la más rentable y, a su vez, la de mayor riesgo; de igual manera se observa que la acción de Ecopetrol fue la de menos rentabilidad y también la menos riesgosa, comprobando el principio que indica que a mayor riesgo, hay mayor rentabilidad, y viceversa.

Tabla 1. Evolución histórica de la rentabilidad diaria por acción de las empresas que cotizan en la Bolsa de Valores de Colombia

Empresa	Canacol	Petrominerales	Pacific Rubiales	Ecopetrol
Promedio de rentabilidad	0,27%	0,25%	0,19%	0,03%
Riesgo - volatilidad	3,916%	2,846%	2,202%	1,360%

A partir de la rentabilidad diaria de cada una de las acciones se calculó su varianza y covarianza, lo que permite inferir las correlaciones entre todas las acciones del portafolio. La Tabla 2 muestra la matriz Varianza – Covarianza del portafolio de acciones de las empresas del sector petrolero.

Tabla 2. Matriz varianza - covarianza

Empresa	Canacol	Petrominerales	Pacific Rubiales	Ecopetrol
Canacol	0,001533789	0,000551115	0,000359471	0,000075646
Petro-minerales	0,000551115	0,000810051	0,000300383	0,000056674
Pacific Rubiales	0,000359471	0,000300383	0,000485060	0,000068926
Ecopetrol	0,000075646	0,000056674	0,000068926	0,000184913

Es importante recordar que si la covarianza es positiva, cuando uno de los activos sube, el otro también lo hace (y viceversa) y que si la covarianza es cercana a cero, ello significa que los dos activos son independientes.

A. Rentabilidad y riesgo del portafolio de inversión

Para calcular la rentabilidad del portafolio se debe tener en cuenta que la suma de todos los activos debe ser 100%.

La frontera eficiente está construida a partir de la conjugación de la rentabilidad y el riesgo de todos los portafolios eficientes de inversión. Para construir esta frontera se debe de calcular el portafolio eficiente de mínimo riesgo.

1) Determinación del Portafolio de Inversión con mínimo nivel de riesgo

Para calcular el portafolio mínimo se utilizó *Solver* de MS-Excel. El resultado (detalle en la Tabla 3) indica que el portafolio con mínimo riesgo se conforma por:

- 75.67% en acciones de Ecopetrol,
- 16.52% en acciones de Pacific Rubiales,
- 7.80% en acciones de Petrominerales, y
- 0% en acciones de Canacol Energy.

Este portafolio tiene un riesgo de 1.247964% y genera una rentabilidad del 0.076855%.

Tabla 3. Composición accionaria del portafolio de inversión de mínimo nivel de riesgo

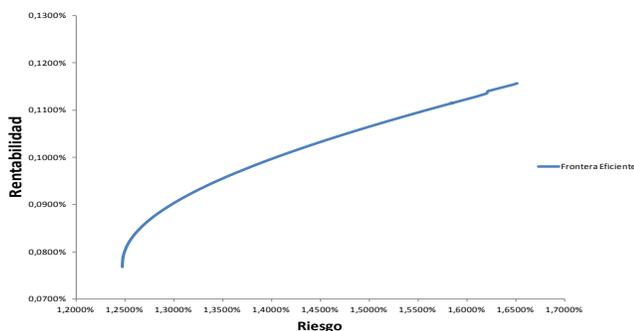
Riesgo del portafolio	1,247964%
Rentabilidad del portafolio	0,076855%
Ponderadores	100%
Canacol	0,00000%
Petrominerales	7,80548%
Pacific Rubiales	16,52083%
EcoPetrol	75,67370%

Una vez se ha calculado el portafolio de inversión con mínimo riesgo, el se constituye en el punto de mínimo riesgo para el inversionista; a partir de ese punto se empieza a construir la frontera eficiente del portafolio de inversión.

Para determinar los demás puntos eficientes o la composición de los demás portafolios eficientes de inversión y su respectiva rentabilidad se utiliza nuevamente la herramienta *Solver*, asignando una nueva restricción: el riesgo dado, es decir el nivel de riesgo que asume el inversionista. El nivel de riesgo en un número aleatorio que debe ser superior al nivel de riesgo mínimo obtenido en el portafolio de riesgo mínimo.

Se realizaron 140 simulaciones. La frontera eficiente del portafolio de inversión en acciones de empresas del sector petrolero que cotizan en la Bolsa de Valores de Colombia se obtiene al graficar los datos obtenidos a partir de las simulaciones realizadas (ver Figura 4).

Figura 4. Frontera eficiente de inversión



Si bien es cierto, siguiendo la teoría de carteras eficientes de Markowitz (1952, 1959), todos los portafolios que se encuentran dentro de la frontera eficiente de inversión –dependiendo del nivel de riesgo que esté dispuesto a asumir el inversionista–, son atractivos y

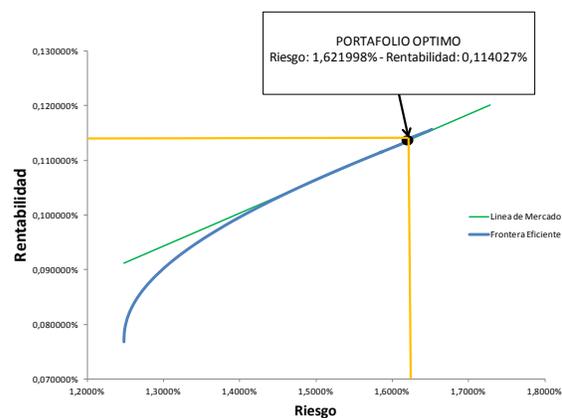
eficientes, es importante determinar cuál es el portafolio óptimo; él, está determinado por la rentabilidad y el riesgo, y es el punto de la curva en el que se interrelacionan perfectamente; técnicamente se encuentra ubicado en el punto máximo tangente de la frontera eficiente de inversión. Para encontrar este punto máximo tangente a la curva se utiliza el índice de Sharpe.

El Índice de Sharpe se obtiene al dividir la rentabilidad esperada menos la tasa libre de riesgo por la desviación estándar o riesgo de la rentabilidad esperada. En el universo de la CAPM, el portafolio eficiente se obtiene como el valor máximo derivado de la línea tangente a la frontera eficiente; este será el índice de Sharpe más elevado posible.

Para esta investigación, la tasa libre de riesgo se encuentra representada por la tasa de los TES del Estado colombiano, con vencimiento en 2024 –que tienen una rentabilidad anual del 5,79% EA, equivalente a una tasa diaria del 0.016083%–. En la simulación 129 se obtiene el resultado que maximiza, 0,06038489, con lo cual se encuentra el punto máximo tangente de la frontera eficiente.

Según Sharpe (1964), la composición del portafolio óptimo eficiente es aquella que se encuentra en el punto máximo de la curva de la frontera eficiente, como se ilustra en la Figura 5.

Figura 5. Frontera eficiente de inversión - Portafolio óptimo de inversión



IV. CONCLUSIONES

La aplicación conjunta de la teoría de cartera eficientes de Markowitz (1959) y el modelo de Sharpe (1964) arroja que el portafolio óptimo eficiente tiene una participación accionaria distribuida de la manera que ilustra la Tabla 4.

Tabla 4. Composición accionaria del portafolio óptimo de inversión

Riesgo portafolio	1,621998
Rentabilidad portafolio	0,114027
Canacol	29,98037
Petrominerales	0,35060
Pacific Rubiales	5,85891
Ecopetrol	63,81012

Esta composición de portafolio genera una rentabilidad diaria de 0.114027% y asume un riesgo diario de 1.621998%.

La metodología expuesta en este trabajo, que toma como referente teórico el modelo de Markowith (1952) y modelo CAPM, puede resultar de gran utilidad en la práctica. Los inversionistas y gestores de portafolios de inversión e incluso inversionistas particulares pueden utilizarlo de manera sencilla, al disponer del software necesario para su aplicación. Toda esta modelación se logra en Excel, empleando un conocimiento intermedio de manejo de este paquete.

No obstante, es necesario advertir que en la construcción de portafolios de inversión, se requiere una estimación adecuada de los rendimientos esperados de las acciones y de sus covarianzas y que su proyección de su rentabilidad esperada, más que verse a corto plazo, se basa en proyecciones a largo plazo y está sujeta a variaciones debido al comportamiento futuro de los mercados.

En estas proyecciones existe un sesgo importante, que hace que las carteras eficientes proporcionen por el modelo financiero; activos de alta rentabilidad, reducida varianza y baja correlación con otros activos. Esto proporciona carteras concentradas en pocos títulos y que resultan poco atractivas para los inversionistas., sin embargo este inconveniente puede solucionarse introduciendo límites al porcentaje máximo que puede destinarse a cada acción.

V. REFERENCIAS

- Buenaventura, V.G. & Cuevas, U.A. (2005). Una propuesta metodológica para la optimización de portafolios de inversión y su aplicación al caso Colombiano. *Estudios Gerenciales*, 95, 13-36
- Collatti, M.B.(2002). Teoría de Carteras [en línea]. Recuperado de http://www.bcr.com.ar/Programa%20de%20Formacin%20%20Adjuntos%20Inscripciones/carteras_collatti.pdf
- Court, E. & Tarradellas, J. (2010). *Mercado de capitales*. México D.F., México: Pearson
- Ferguson C.E. & Gould J.P. (1978). *Teoría Microeconómica*. México D.F., México: Fondo de Cultura Económica
- Grupo Aval. (2013). *Home Financiero* [portal]. Recuperado de

https://www.grupoaval.com/portal/page?_pageid=33,115460184&_dad=portal&_schema=PORTAL

- Lintner, J. (1965). The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. *Review of Economics and Statistics*, 47(1), 13-37
- Markowitz, H.M. (1952): Portfolio selection. *Journal of Finance*, 7(1), 77-91
- Markowitz, H.M. (1959). *Portfolio selection: Efficient diversification of investments*. New York, NY: John Wiley & Sons
- Michaud R.. (1989). The Markowitz optimization enigma: Is optimized optimal?. *Financial Analyst Journal*, 45, 31-42
- Mossin, J. (1966). Equilibrium in a Capital Asset Market, *Econometrica*, 34(4), 768-783
- Sharpe, W. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance*, 19(3), 425-442
- Vélez, I. (2001). *Decisiones Empresariales bajo riesgo e incertidumbre*. Cali, Colombia: Norma

CURRÍCULOS

Rodolfo Ruiz Camargo. Administrador de Empresas. Especialista en economía Internacional Universidad de Barcelona (España). Especialista en Finanzas internacionales Universidad de Barcelona (España). Especialista en gerencia financiera Universidad Santiago de Cali. Magister en gestión empresarial Universidad libre Docente tiempo completo especial universidad Santiago de Cali y jefe del Área financiera de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. Docente en la Universidad Libre Cali en pregrado y postgrado. Actualmente se desempeña como Auxiliar de Justicia en la Rama judicial y perito evaluador de bienes muebles – inmuebles y intangibles en el sector real y financiero.

Juan Fernando Sardi. Profesional en Finanzas y negocios Internacionales y candidato a Especialista en gerencia financiera Universidad Santiago de Cali. Actualmente se desempeña como Secretario Académico de la Universidad Santiago de Cali.