

# Modelamiento matemático del programa maestro de producción [MPS] en una empresa del sector de plásticos

Mathematical modeling of the master production scheduling [MPS] at a company of plastics industries

COLCIENCIAS TIPO 5. REPORTE DE CASO

RECIBIDO: MARZO 1, 2014; ACEPTADO: JUNIO 12, 2014

Jairo Arboleda Zuñiga  
[jarboledaz01@gmail.com](mailto:jarboledaz01@gmail.com)

Natalia A. Ramírez Arroyave  
[nataliaramirez918@hotmail.com](mailto:nataliaramirez918@hotmail.com)

Universidad Santiago de Cali, Colombia

## Resumen

El desarrollo de este artículo está basado en la formulación de un Programa Maestro de Producción [MPS], que utiliza los tres elementos fundamentales del sistema de producción: los pronósticos de demanda, la capacidad y la gestión de inventarios, e incorpora el modelamiento matemático a través de la programación lineal entera-mixta [PLEM] con 5544 variables, que representa el sistema de producción que permitió determinar la mezcla de producción (por producto, máquina y periodo) que minimiza los costos totales de producción y mejora el nivel de servicio al cliente. Este trabajo es un aporte a la solución de un tipo de problema de producción denominado complejo y categorizado como problema NP-HARD, debido a que el espacio factible de soluciones aumenta exponencialmente con respecto al aumento de nodos (elemento que contiene producto, periodo y máquina) en el sistema.

## Palabras Clave

Programa maestro de producción-PMP; Programación lineal entera mixta-PLEM; Problema NP-HARD; Modelo de producción en el sector de plásticos.

## Abstract

The development of this articulate is based on the formulation of a Master Production Scheduling- MPS, that uses the three fundamental elements of the production system: the forecasting of the demand, the capacity and the management of inventories and it incorporates the mathematical modeling through Mixed-integer linear programming MILP with 5544 variables that represents the production system, which allowed to determine the production mixture (by product, machine and period) that diminishes the total costs of production and improves the level of service to the client. This work is a contribution to the solution of a kind of denominated problem of production complex and categorized like NP-HARD problem, because the feasible space of solutions increases exponentially with respect to the increase of nodes (element that contains product, period and machine) in the system.

## Keywords

Master Production Scheduling; MPS; Mixed-Integer Linear Programming; MILP; NP-HARD Problem; Model of production in plastic sector.

## I. INTRODUCCIÓN

El programa maestro de producción [MPS] representa el plan para la fabricación a mediano plazo; proporciona los requerimientos de insumos del nivel superior y desarrolla las cantidades y fechas de fabricación, a fin de generar los requerimientos por periodo para componentes, piezas y materias primas, también determina la economía de la producción mediante el agrupamiento de diversas demandas y la elaboración de tamaños de lotes. De esta manera, el MPS conserva la integridad de las acumulaciones del sistema total de producción, las acumulaciones anticipadas, los requerimientos de componentes de nivel inferior y sobre todo, garantiza el cumplimiento de las entregas a los clientes.

El MPS debe cubrir los pedidos –antes del límite de tiempo– o el plan producción –después del límite de tiempo–, dejando un inventario de seguridad. Las entradas del MPS son los pronósticos determinados por las demandas actuales, los historiales de ventas, la experiencia y los inventarios, entre otros. Sirve como sistema de acumulación de pedidos de los clientes; toma en cuenta los cambios en la capacidad, los cambios en el inventario de bienes terminados y las fluctuaciones en la demanda.

Narasimhan (1996) plantea que el programa maestro de producción debe ser consistente con el plan de producción agregada [*Aggregate Production Planning - APP*] del cual se deriva. El resultado de un proceso de APP es un conjunto de parámetros que indican el inventario agregado a los niveles de acumulación, la cantidad de turnos que deberán operar, el número de empleados que se deberá contratar o despedir, la cantidad anticipada de subcontratación y la cantidad agregada que se producirá durante ciertos periodos.

Zhao y Lam (1996) consideran que congelar el MPS es uno de los métodos frecuentemente usados para reducir la inestabilidad de la programación en los sistemas de requerimientos de materiales multiniveles (MRP) en condiciones determinísticas.

De acuerdo con Sipper y Robert (1998), el MPS se logra a través de la planeación de requerimientos de materiales [*Material Requirement Planning - MRP*] y los tiempos por cada etapa de producción; la planeación de la capacidad es el complemento de este proceso.

Vargas y Metters (2010) consideran que el MPS estocástico se soluciona usualmente adicionando un *stock* de seguridad de unidades de producción obtenidas de un

algoritmo determinador del tamaño de inventarios. Aquí, la naturaleza estocástica del problema se considera explícitamente como un algoritmo óptimo para solucionar la probabilidad estática de un sistema dinámico de tamaño de inventarios.

Algunos trabajos relacionados con la construcción de modelos y programas de producción que han sido desarrollados en los últimos años se presentan a continuación:

Timpe y Kallrath (1999) describen un modelo general de programación lineal entera-mixta basado en formulaciones de tiempo indexadas, cubriendo las características relevantes necesarias para la gestión de una red completa de producción *multi-sitio*. Mientras que la aplicación real se realizó en la industria química, el modelo ofrece un punto de partida para muchas aplicaciones en las industrias de alimentos y bienes de consumo.

Goes da Silva, Figueira, Lisboa, y Barman (2004), presentan un modelo de planeación de la producción agregada [APP], aplicado a una empresa portuguesa que produce materiales de construcción. A una multiplicidad de criterios de programación lineal entera mixta [PLEM], incorporan algunas funciones operativas, tales como la asignación parcial de tareas, las restricciones de la carga de trabajo y el tamaño de la fuerza de trabajo (la contratación de trabajadores); adicionalmente proponen un sistema de soporte de decisiones [DSS] basado en el modelo PLEM.

Mula, Poler, Garcia-Sabater, y Lario (2006) realizan un gran avance al considerar el modelado de la incertidumbre en los problemas de planificación de la producción dirigida a investigadores de gestión de producción.

Takei y Mesquita (2006) desarrollan un modelo de planificación de la producción agregada, con base en la programación lineal, en el que se pueden lograr mejoras en los procesos de pronóstico de demanda, y una reducción global de los niveles de inventario de materias primas y productos.

Sung y Maravielas (2007) presentan una nueva formulación con programación entera mixta [MIP] para la planificación de la producción en una sola etapa de procesos multiproductos. El problema es formulado para una capacidad de tamaño de lote en el que: varios ítems pueden producirse en cada período de planificación, la secuencia independiente del alistamiento puede llevar más de los períodos previstos, el alistamiento puede cruzarse con los límites del período de planificación, y el

alistamiento puede ser más largo de un período.

Xue, Offodile, Zhou, y Troutt (2011) proponen un modelo de optimización integrada para la planificación agregada de la producción [APP], la planificación desagregada por familia y los problemas de la planificación de programación jerárquica de la producción [HPP] por familias, considerando los sistemas que dependen de la secuencia de los tiempos de preparación de la familia

De acuerdo con la revisión de estos trabajos anteriores, ellos estaban desarrollados mediante programación matemática entera mixta-PLEM. Estos problemas son considerados NP-HARD y por lo tanto sus soluciones factibles aumentan considerablemente en la medida que aumenta la cantidad de variables de decisión. Para encontrar las soluciones factibles es necesario usar programas especializados de solución, los cuales varían de acuerdo con los requerimientos del problema.

Lieberman y Hillier (2006) plantearon que los problemas que involucran dos tipos de posibilidades se deben representar mediante variables de decisión restringidas a sólo dos valores, por ejemplo, 0 y 1. De esta forma, la  $j$ -ésima decisión sí o no, se puede representar por  $X_j$ , cuando la decisión de  $j$  es sí, se asigna el valor de 1; por el contrario, si la decisión es no, se asigna el valor de 0. Las variables de este tipo se llaman binarias o variables 0-1.

La solución de problemas de programación entera pura con una región factible acotada tiene un solo número finito de soluciones factibles. Sin embargo, el tener un número finito de soluciones factibles asegura que el problema se puede resolver, pero los números finitos pueden ser muy grandes. Por lo cual si se tiene un caso de PEB con  $n$  variables, existen  $2^n$  soluciones que considerar; algunas de ellas se pueden descartar por violar las restricciones funcionales. Entonces, cada vez que  $n$  aumente en 1, el número de soluciones se duplica. Este patrón se llama crecimiento exponencial de la dificultad del problema.

Algunas teorías acerca de la gestión de inventarios, relacionadas con este problema de estudio, se relacionan a continuación:

Narasimhan (1996) afirma que el estudio de los pronósticos proporciona información para tomar mejores decisiones; con base en la identificación del problema a resolver, se debe comprender e identificar las características que lo determinan (marco de tiempo, nivel de detalle, exactitud necesaria y número de aspectos a

pronosticar) y posteriormente establecer el método para desarrollar el modelo, la solución del modelo y, por último, la interpretación e implantación del modelo que mejor determina la demanda futura de un ítem en particular.

Vidal (2010) menciona que el primer aspecto a tener en cuenta es que los pronósticos de demanda siempre estarán errados. Esto no es sorprendente, ya que cuando se pronostica, se está anticipando lo que ocurrirá en el futuro. La clave del éxito de un sistema de gestión de inventarios es, por lo tanto, conocer a fondo los errores del pronóstico y responder a ellos en forma adecuada, y definir el tipo adecuado de pronóstico de demanda, que permita estimar con precisión el patrón, el promedio y la variabilidad de la demanda de cada ítem que se mantenga en inventario. De esta forma, los inventarios de seguridad se calculan proporcionalmente a la variabilidad de la demanda, de acuerdo con el nivel de servicio deseado, y no proporcionalmente al promedio de la misma.

## II. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Las empresas comercializadoras y mayoristas que se encargan de distribuir y vender productos para la construcción requieren de manera constante productos de PVC, los cuales son utilizados para diversas aplicaciones; la tubería varía en tamaño, peso, demanda, composición y funcionalidad; dichos productos son demandados de manera aleatoria, variando la frecuencia de compra y la cantidad pedida. Para satisfacer las necesidades de los clientes existen las fábricas de tubería y accesorios de PVC, las cuales compiten en el sector industrial; las firmas se caracterizan por utilizar procesos de producción basados en técnicas de extrusión e inyección. En el mercado de tubería es fundamental cumplir con la entrega de los pedidos a tiempo y bajo las especificaciones de los clientes; dependiendo de los requerimientos del cliente, las empresas fabricantes de tubería de PVC se comprometen a entregar en una fecha específica los productos.

La empresa en estudio cuenta con cinco líneas de extrusión para el proceso de producción de tubería; cada una se programa para la fabricación de determinadas referencias, con base en el rendimiento de la máquina y en las características de la tubería. La empresa cuenta con 42 referencias de tubería —que se diferencian por el diámetro nominal, el espesor de la pared, el diámetro interno y el diámetro externo—, y 46 referencias de accesorios que se diferencian por el diámetro nominal.

El proceso actual de planeación de producción ocasiona diferentes consecuencias que repercuten sobre la programación de producción, provocando situaciones tales como:

- la demora en la fabricación de determinadas referencias, y los faltantes y excesos de inventarios;
- el incumplimiento con los clientes por no contemplar la variabilidad de la demanda –por lo cual no se pueden atender demandas superiores al promedio;
- la falta de reglas o políticas para establecer qué se debe producir y cada cuánto;
- el incremento de ordenes pendientes [*backorder*] y de sobrecostos;
- el bajo nivel de servicio al cliente por productos entregados incorrectamente y por el incumplimiento en las fechas pactadas para realizar dichas entregas; y
- el desbalance entre la producción y los despachos (no es fácil sincronizar lo que se registra en el sistema SAP y lo que está en físico).

La Tabla 1 presenta los indicadores de servicio al cliente, calculados como la relación entre la cantidad entregada al cliente y la cantidad solicitada por el cliente.

**Tabla 1. Indicadores de servicio al cliente (%)**

Producto	Mes 1	Mes 2	Mes 3	Mes 4
Tubo Conduit PVC 1/2" x 3 m	85,72	85,07	89,57	74,67
Tubo Conduit PVC 3/4" x 3 m	82,09	99,24	56,90	67,73
Tubo Conduit PVC 1" x 3 m	71,38	72,78	57,34	89,10
Tubo Conduit PVC 1 1/4" x 3 m	95,74	95,91	95,47	92,57
Tubo Conduit PVC 1 1/2" x 3 m	92,23	92,08	85,75	68,34
Tubo Conduit PVC 2" x 3 m	89,77	80,48	100,15	89,30
Tubo Ducto corrugado TDP 4"x 6 m	69,76	57,21	196,42	100,00
Tubo Ducto Telefónico DB 2" x 3 m	68,24	88,02	105,69	82,67
Tubo Ducto Telefónico DB 2" x 6 m	39,96	100,00	77,97	104,31
Tubo Ducto Telefónico DB 3" x 3 m	55,99	102,31	116,85	80,71
Tubo Ducto Telefónico DB 3" x 6 m	59,61	100,00	100,00	100,00
Tubo Ducto Telefónico DB 4" x 3 m	100,00	75,42	98,52	54,65

### III. ASPECTOS METODOLÓGICOS

Para el desarrollo de este trabajo se contextualizaron las fases propuestas en el estado del arte:

#### A. Recolección de información

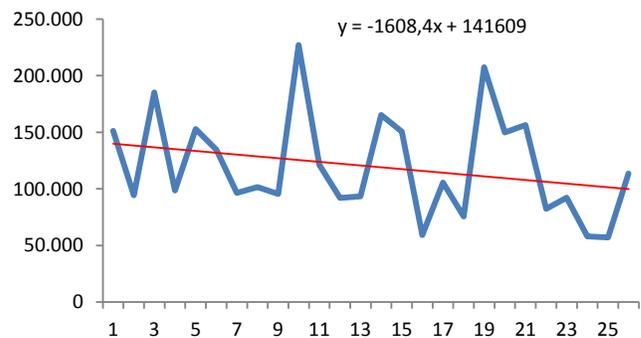
Se ejecutó con el propósito de obtener la información relacionada con la demanda y la capacidad de producción. Para determinar la demanda futura, se realizó el análisis de

series de tiempo. En este caso particular, se encontró que las demandas no presentaban estacionalidades ni comportamientos cíclicos, de acuerdo con Vidal (2010), quien asegura que para ítems estables o con poca tendencia, las técnicas promedio móvil, suavización exponencial simple y suavización exponencial doble resultan apropiadas. La selección de la técnica de pronóstico a implementar depende de la complejidad que existe en el manejo de los datos y en la disponibilidad de recursos económicos para la adquisición del software para realizar dichos pronósticos.

**Tabla 2. Parámetros de demanda semanal (en unidades de tubería de PVC de 6 m de largo) para 5 ítems**

	Ítem 1	Ítem 2	Ítem 3	Ítem 4	Ítem 5
Promedio	119896,31	40872,88	14905,88	2022,12	3169,15
Desviación estándar	45114,85	28065,89	12153,63	1495,27	3187,39
Coefficiente de variación	0,38	0,69	0,82	0,74	1,01

**Figura 1. Demanda semanal del ítem 1**



Para aplicar las diferentes técnicas de pronósticos, se organizaron los productos en familias; para realizar los estimativos para cada ítem, se utilizó una hoja de cálculo MSEXcel™ diferente. A cada ítem se le aplicó los diferentes sistemas de pronóstico con el fin de identificar el más acertado para optimizar la desviación absoluta media [MAD].

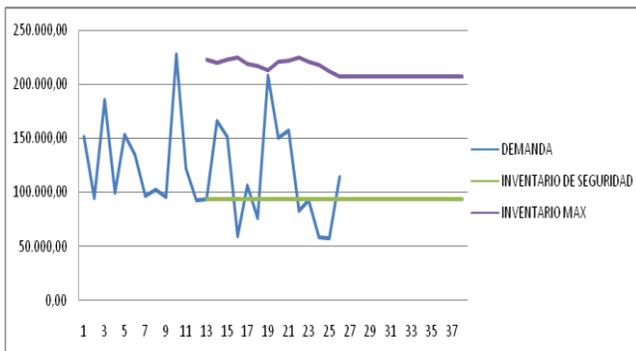
#### B. Identificación del recurso humano

La empresa suministró una base de datos con el nombre y el cargo de cada miembro del personal de planta, en la cual se especificó quiénes eran los operarios vinculados directa e indirectamente, los turnos que manejan y la asignación de personal para cada máquina. La carga laboral está definida como tres turnos de ocho horas cada uno.

C. *Sistemas de control de inventarios (políticas de nivel de servicio)*

Las políticas de nivel de servicio se definen manteniendo un nivel de inventario de seguridad y un inventario máximo para los 42 ítems (ver Figura 2). Esto permite determinar qué cantidad de producto se debe tener para suplir las necesidades de los clientes sin tener un exceso de productos en bodega; además logra una aproximación más eficiente del tiempo de entrega de los productos al cliente.

Figura 2. Inventario de seguridad e inventario máximo ítem 1 – suavización exponencial simple



IV. DISEÑO DEL MODELO MATEMÁTICO MPS

En esta fase se realiza el diseño y la construcción del programa maestro de producción.

A. *Entrada*

Corresponde a los datos que alimentan al sistema; estos se organizaron en periodos de tres meses (12 semanas), por máquinas y por ítems; se estandarizaron los datos y se escribieron los parámetros, las variables, la función objetivo y las restricciones en un block de notas, de acuerdo con los especificado en el manual de AMPL (Holmes, 1995).

B. *Proceso de modelamiento matemático*

Se construyó un modelo matemático que representa la planeación de la producción, cuyo objetivo principal es determinar la cantidad de productos a fabricar, en qué máquinas y en qué periodo de tiempo, con el propósito de minimizar los costos de producción, sujeto a las restricciones del sistema.

El modelo matemático en forma verbal se describe a continuación.

Notación

Conjunto e índices

P: Conjuntos de productos, indexados por p.

I: Conjuntos de meses de producción, indexados por i.

M: Conjuntos de máquinas, indexados por m.

Parámetros

Dem: demanda del producto  $p \in P$ , en el mes de demanda [unidades en kg].

Capm: número de horas disponibles en la máquina  $m \in M$ , en el mes  $i \in I$  [unidad hr].

Setup: tiempo de alistamiento [unidades hr].

Disphoras<sub>mi</sub>: número de horas disponibles en la maquina  $m \in M$ , en el mes  $i \in I$  [unidad hr].

Ere: tasa de mantener inventarios.

Costovapn<sub>pm</sub>: costo variable de producir el producto  $p \in P$ , en la maquina  $m \in M$  [ \$ ].

Costoalistar<sub>mp</sub>: costo de alistamiento de las maquinas  $m \in M$ , para fabricar el producto  $p \in P$  [ \$ ].

Inicial<sub>p</sub>: número de unidades del producto  $p \in P$  al iniciar el proceso de asignación [unidades en kg].

NM: numero de meses [unidades].

NM: numero de máquinas [unidades].

Nproml<sub>p</sub>: número de unidades promedio por referencia que se fabrican en cada lote [unidades].

Rendimiento<sub>mp</sub>: rendimiento de la maquina  $m \in M$ , para producir el producto  $p \in P$  en una hora [unidades].

SS<sub>pi</sub>: número de unidades de producto  $p \in P$ , que debo tener al como mínimo al inicio del periodo [unidades].

Variables

X<sub>pim</sub>: cantidad del producto  $p \in P$  que se elabora en el mes  $i \in I$  para atender la demanda que se fabrica en la maquina  $m \in M$ . [unidades de producto].

Y<sub>pim</sub>: establece si el producto  $p \in P$ , se elabora en el mes  $i \in I$  en la maquina  $m \in M$ .

Invf<sub>pi</sub>: número de unidades del producto  $p \in P$  que quedan en inventario al final del mes de producción  $i \in I$  [unidades].

### C. Descripción del modelo

Formulación verbal del modelo:

#### Función objetivo:

Minimizar: costo MPS en el horizonte de planeación de tres (3) meses.

Costo total de alistar el producto + Costo de fabricar el producto + costo de mantener inventarios

#### Restricciones:

Capacidad de la máquina.

Demanda del producto.

Decidir producir un mes solo si la maquina esta alistada.

Nivel de inventario final.

#### Ecuaciones de costo

##### Costo total de alistar el producto

El costo de alistar es el que se debe considerar para fabricar un producto  $p$  en una máquina  $m$ , éste valor depende del número de operarios requeridos por la máquina. Por lo tanto el costo de alistar el producto es:

$$\sum_{p \in P} \sum_{i \in I} \sum_{m \in M} Y_{pim} * \text{costoalistar}_{pm}$$

##### Costo de fabricar el producto

El costo de fabricar el producto es el que contempla el costo variable de producción.

$$\sum_{p \in P} \sum_{i \in I} \sum_{m \in M} Y_{pim} * \text{costovapn}_{pm}$$

##### Costo de mantener inventarios

Se considera el costo de mantener inventarios durante todos los periodos de tiempo en inventario, por lo que este costo es el valor del inventario final multiplicado por el tiempo de alistamiento ( $setup$ ), el cual es dividido por el número de unidades promedio por referencia que se fabrica en cada lote ( $nproml_p$ ), al cual se le suma el costo variable de producción. Todo esto es multiplicado por el factor de mantenimiento de inventarios ( $ere$ ).

$$\sum_{p \in P} \sum_{i \in I} \sum_{m \in M} \text{Invf}_{pi} * \left[ \left( \frac{setup}{nproml_p} \right) * 2000 + \text{costovapn}_{pm} \right] * ere$$

#### Restricciones

##### Capacidad de las máquinas

Para cada máquina se debe considerar el volumen y el peso de la referencia a fabricar, debido a que esto limita la cantidad de unidades que se pueden fabricar en una hora. La ecuación muestra que la suma del  $setup$  debe ser mayor al rendimiento, y este a su vez no debe exceder la capacidad de las máquinas.

Esta restricción garantiza que la máquina no puede exceder su capacidad determinada; además el modelo considera la mejor forma de fabricar determinada referencia por una máquina. La capacidad está relacionada con el número de semanas de programación y el número de máquinas programadas.

$$\sum_{p \in P} setup * Y_{pim} + \sum_{p \in P} X_{pim} / \text{rendimiento}_{pm} \leq \text{capm}_{mi} \sum_{p \in P} setup * Y_{pim}$$

##### Demanda del producto

La demanda del producto en el periodo 1 se plantea de forma que se cubra con todos los requerimientos por parte del cliente, además se tiene en cuenta el inventario inicial. Esta demanda está sujeta al producto y el mes de producción que para este caso específico es el mes 1.

$$\sum_{m \in M} X_{pim} + \text{inicial}_p \geq \text{dem}_{pi}$$

##### Decisión de producir en un mes solo si la maquina esta alistada

Para tomar la decisión de fabricar una tubería por determinada máquina se debe tener en cuenta el alistamiento que esta conlleva y que el rendimiento de la máquina sea eficiente con respecto al número de unidades solicitadas por el cliente. Esta decisión está sujeta al alistamiento de la máquina:

$$X_{pim} / \text{rendimiento}_{pm} \leq Y_{pim} * \text{capm}_{mi}$$

##### Nivel de inventario final

A continuación se explica la restricción de balance de inventarios finales.

Primero se considera un nivel de inventario inicial para el primer mes de producción; después de este periodo se establece el balance de inventarios para las siguientes semanas (1-12).

Dado que el modelo tiene que arrancar en un periodo base, se deben establecer niveles de inventarios iniciales los cuales se definen con el número de productos existentes de las referencias a programar.

El nivel de inventario final está sujeto a productos y meses (mes 1).

$$invf_{pi} = invinicial_p \sum_{m \in M} X_{pim} - dem_{pi}$$

Para los siguientes periodos de tiempo se utiliza la expresión de  $invf_{[p,i-1]}$ , la cual hace el papel del inventario inicial para el siguiente mes y este debe ser mayor a 1 (2-3).

$$invf_{pi} = invf_{pi-1} \sum_{m \in M} X_{pim} - dem_{pi}$$

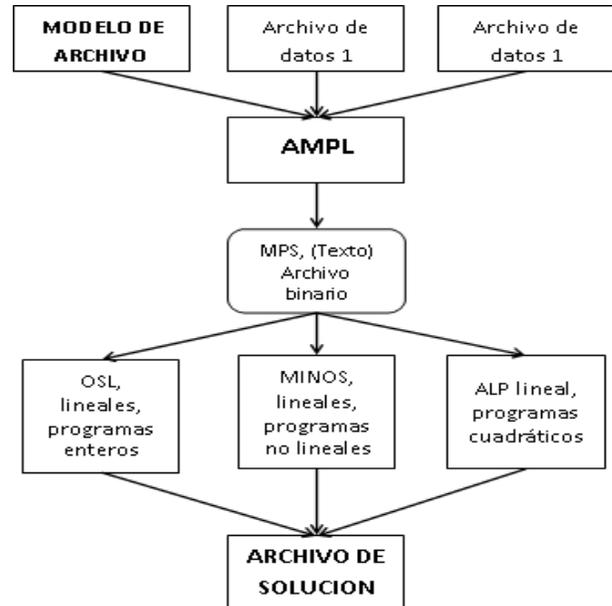
### V. SOLUCIÓN DEL MODELO

Vidal (2010) plantea que cuando los problemas son de mayor tamaño, como ocurre en el caso de modelos reales, se debe utilizar software especializado para la generación y solución de los modelos. Esto se debe a que los modelos reales pueden llegar a tener decenas de miles, centenas de miles e incluso millones de variables, con otro tanto de restricciones. El proceso de generación del modelo consiste en que al software generador se le suministra la estructura matemática del modelo, de acuerdo con su propia sintaxis, y el generador combina los archivos del modelo y de datos para producir un archivo ejecutable por el solucionador correspondiente.

El problema planteado inicialmente se realizó para un horizonte de doce períodos, y tenía un total de 2.520 variables continuas de flujo ( $X_{pim}$ ), 2.520 variables binarias ( $Y_{pim}$ ), y 504 variables continuas de nivel ( $Invf_{pi}$ ).

Para este trabajo se diseñó el modelo en AMPL [*A Modeling Language for Mathematical Programming*], debido a que se obtiene un grado de independencia entre los valores, que permite que pueda tenerse un archivo de modelo maestro y correrlo con varios archivos de datos diferentes. Es un lenguaje de programación que permite optimizar la función objetivo y ayuda a encontrar la mejor solución. La Figura 3 describe el funcionamiento del lenguaje de modelamiento para programación matemática AMPL:

Figura 3. Diagrama funcional de AMPL (Holmes, 1995)



En este problema se corrió primero un modelo de prueba con tres ítems y se analizaron los resultados que arrojó el programa. Posteriormente se corrió con diez ítems hasta alcanzar el total de ítems que se fabrican en la empresa (42).

Cuando se intentó correr el modelo con todos los ítems para doce periodos, la memoria del computador llegó a su límite, lo que impidió realizar el análisis. Por tal motivo se adaptaron los doce periodos a tres meses con el fin de evitar la saturación del sistema.

### VI. RESULTADOS DEL MODELO

Las Figuras 4, 5 y 6 muestran resultados parciales de la corrida del modelo para 3 ítems.

Figura 4. Resultados del modelo en AMPL de las variables binarias para 3 ítems

VARIABLE BINARIA		
Y	1/0	OBJETIVO
y[11',1,'EXT1']	1	(obj:4133)
y[11',1,'EXT4']	1	(obj:4133)
y[11',2,'EXT1']	1	(obj:4133)
y[11',2,'EXT4']	1	(obj:4133)
y[11',3,'EXT1']	1	(obj:4133)
y[11',3,'EXT4']	1	(obj:4133)
y[12',1,'EXT4']	1	(obj:4133)
y[12',2,'EXT4']	1	(obj:4133)
y[12',3,'EXT4']	1	(obj:4133)
y[12',3,'EXT4']	1	(obj:4133)
y[13',2,'EXT4']	1	(obj:4133)

**Figura 5. Resultados del modelo en AMPL de la variables de decisión para 3 ítems**

VARIABLE DE DECISION		
X	CANTIDAD	OBJETIVO
x['I1',1,'EXT1']	363835.2	(obj:30)
x['I1',1,'EXT4']	36542.8	(obj:39)
x['I1',2,'EXT1']	363835.2	(obj:30)
x['I1',2,'EXT4']	32380.8	(obj:39)
x['I1',3,'EXT1']	363835.204366022	(obj:30)
x['I1',3,'EXT4']	14245.7956339776	(obj:39)
x['I2',1,'EXT4']	121783	(obj:43)
x['I2',2,'EXT4']	121021	(obj:43)
x['I2',3,'EXT4']	112494	(obj:43)
x['I3',1,'EXT4']	6062	(obj:62)

**Figura 6. Resultados del modelo en AMPL de la variable Inventario final, para 3 ítems**

VARIABLE INVENTARIO FINAL		
INVENTARIO FINAL	CANTIDAD	OBJETIVO
invf['I7',1]	6546	(obj:17832.60916)
invf['I7',2]	5195	(obj:17832.60916)
invf['I7',3]	3847	(obj:17832.60916)
invf['I9',1]	522	(obj:28193.29075)
invf['I9',2]	261	(obj:28193.29075)
invf['I9',3]	130.5	(obj:28193.29075)
invf['I10',1]	3204	(obj:34881.93612)
invf['I10',2]	1602	(obj:34881.93612)
invf['I10',3]	801	(obj:34881.93612)

Los resultados obtenidos en AMPL para los 42 ítems permitieron elaborar el programa maestro de la empresa, el cual se presenta resumido a través del diagrama de Gantt de la Figura 7.

**Figura 7. Diagrama de GANTT del programa maestro de producción [MPS]**

<b>EXTRUSO RA 5</b>	I8, I12, I13, I20, I21, I22, I24, I26, I27, I29	I8, I9, I10, I12, I13, I14, I20, I21, I22, I24, I26, I27, I28, I29, I30	I8, I9, I12, I13, I14, I20, I21, I22, I24, I26, I27, I28, I29, I35
<b>EXTRUSO RA 4</b>	I1, I2, I3, I4, I5, I23	I1, I2, I3, I4, I5, I23	I1, I2, I3, I4, I5, I23
<b>EXTRUSO RA 3</b>	0	I10, I18	I10, I18
<b>EXTRUSO RA 2</b>	I6, I11, I14, I30, I31, I32, I34, I40	I6, I11, I14, I15, I18, I19, I20, I21, I22, I23, I24, I26, I28, I29, I30, I31, I32, I33, I34, I35, I40	I6, I11, I15, I19, I30, I31, I32, I33, I34, I35, I40
<b>EXTRUSO RA 1</b>	I1	I1	I1
<b>TIEMPO</b>	MES 1	MES 2	MES 3

## VII. CONCLUSIONES

El análisis de los datos históricos de demanda mostró que, del total de los 42 ítems, 28 tuvieron un comportamiento errático y los demás un comportamiento perpetuo. Las técnicas de promedio móvil, suavización exponencial simple y suavización exponencial doble resultaron apropiadas para ítems estables o con poca tendencia.

Se determinó la capacidad real de las líneas de producción, la cual no estaba definida; en la fábrica de tubería de PVC se tomaba la capacidad de la máquina como la capacidad proyectada (capacidad que se espera tener sin limitaciones).

Se definieron políticas de control con base en un nivel de servicio propuesto y la variabilidad de la demanda (expresada a partir del error cuadrático medio) para los 42 ítems, donde se determinó qué cantidad de productos se debe tener para cumplir con las necesidades de los clientes sin tener un exceso de productos en bodega. Con la implementación de esta política, el tiempo de respuesta al cliente se reduce.

El modelo matemático desarrollado, proporciona las herramientas necesarias para tomar decisiones respecto a qué productos, cómo y dónde fabricarlos, con base en la demanda y sus variaciones, la capacidad de las máquinas y los faltantes o excesos en el inventario de bienes terminados, cantidades y fechas de entrega de los productos a fin de generar los requerimientos por periodo para componentes, piezas y materias primas.

Desde el punto de vista teórico, con respecto a la optimización, se resolvió un problema de programación de producción, clasificado como un problema de programación lineal entera mixta considerado No – Polinomial (NP-HARD), además, se conocieron algunas técnicas de solución para estos tipos de problemas modelados matemáticamente.

Desde el punto de vista práctico, en este proyecto se aborda un problema complejo de producción, aplicado en un caso real de una empresa, el cual puede ser utilizado como material base de futuras investigaciones y para otras empresas en donde las personas encargadas de hacer la programación de la producción, utilizan técnicas inadecuadas para la gestión de la producción.

## VIII. REFERENCIAS

*Natalia A. Ramírez Arroyave*. Ingeniera Industrial de la Universidad Santiago de Cali, promoción 2012.

- Gomes da Silva, C., Figueira, J., Lisboa, J., & Barman, S. (2004). Una decisión interactiva soportada en el sistema para el modelo de planeación agregada de la producción basada en múltiples criterios mezclados por un programa lineal entero. *Omega*, 34, 166-177
- Holmes, D. (1995, agosto 18). *AMPL (A Mathematical Programming Language) at the University of Michigan*. Recuperado de <http://www-personal.umich.edu/~murty/510/ampl.pdf>
- Lieberman, G.J. & Hillier, F.S. (2006). *Introducción a la investigación de operaciones*. México D.F., México: McGraw-Hill
- Mula, J., Poler, R., García-Sabater, J., & Lario, F. (2006). Models for production planning under uncertainty: A review. *International Journal of Production Economics*, 103(1), 271–285
- Narasimhan, S.L. (1996). *Planeación de la producción y control de inventarios*. México D.F., México: Prentice Hall
- Sipper, D. & Robert, L.B.J. (1998). *Planeación y control de la producción*. México D.F., México: McGraw-Hill
- Sung, C., & Maravielas, C.T. (2007). Formulación en la programación entera mixta para la capacidad. *Computers and Chemical Engineering*, 32, 244–259
- Takei, F. & Mesquita, M. (2006). Planeación agregada para una larga manufactura alimenticia con alta demanda estacional. *Brazilian Journal of Operations & Production Management*, 3(1), 5-20
- Timpe, C.H. & Kallrath, J. (1999). Teoría y metodología óptima para la planeación de grandes redes de producción en múltiples sitios. *European Journal of Operational Research*, 126(2), 422-435
- Vargas, V. & Metters, R. (2010). *Procedimiento del MPS para una demanda estocástica y horizontes de planeación variante*. San Diego, CA: Escuela de Administración y Negocios de San Diego
- Vidal, C.J. (2010). *Fundamentos de control y gestión de inventarios*. Cali, Colombia: Universidad del Valle
- Xue, G., Offodile, O.F., Zhou, H., & Troutt, M.D. (2011). Integrated production planning with sequence-dependent family setup times. *International Journal of Production Economics* 131(2), 674–681
- Zhao, X. & Lam, K. (1996). *Reglas para dimensionar y congelar el MPS en los sistemas de planeación de requerimientos de materiales*. Hong Kong: Universidad de Hong Kong

## CURRÍCULOS

*Jairo Arboleda Zuñiga*, MSc. Ingeniero Industrial (1985) y Máster en Ingeniería Industrial con énfasis en Logística y Producción (2013) de la Universidad del Valle (Colombia); Diplomado en *Supply Chain Management* (IRCC, Florida, 1999). Cuenta con veintiséis años de experiencia laboral en funciones de gestión logística, gestión de la calidad y mejoramiento continuo en empresas multinacionales, pymes e instituciones públicas. Es docente de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Santiago de Cali e investigador del Grupo Logística y Marketing [LOMA].