

**LAS REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS EN LA ENSEÑANZA DE LAS
ECUACIONES LINEALES**

MAIRA ALEJANDRA CORTÉS MUÑOZ

**FACULTAD DE EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
UNIVERSIDAD SANTIAGO DE CALI
CALI - COLOMBIA
JUNIO DE 2019**

**LAS REPRESENTACIONES SEMIOTICAS EN LA ENSEÑANZA DE LAS
ECUACIONES LINEALES**

MAIRA ALEJANDRA CORTÉS MUÑOZ

**Trabajo de investigación para optar al título de magíster en educación
Tutor: Dr. Jaime Lagos**

**FACULTAD DE EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
UNIVERSIDAD SANTIAGO DE CALI
CALI - COLOMBIA
JUNIO DE 2019**

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	3
CAPÍTULO I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA, JUSTIFICACIÓN Y OBETIVOS	10
1.1. Planteamiento del problema.....	10
1.2. Justificación.....	12
1.3. Objetivos	13
1.3.1 Objetivo general.....	13
1.3.2 Objetivos específicos	13
CAPITULO II. ESTADO DEL ARTE Y REFERENTE TEÓRICO	14
2.1 Estado del arte	14
2.2 Referente teórico	25
2.2.1 Teoría de las representaciones semióticas.....	25
2.2.2 Procesos de enseñanza	37
2.2.3 El concepto de ecuación lineal	39
CAPITULO III. DISEÑO METODOLÓGICO.....	45
3.1. Tipo de estudio	45
3.2. Diseño de la investigación	46
3.3. Procedimiento.....	47
3.4. Unidad de análisis.....	48
3.5. Unidad de trabajo	48

3.6. Instrumentos y técnicas para la recolección de la información.....	48
3.7. Instrumentos y técnicas para la recolección de la información.....	49
3.7.1. Encuesta realizada a profesores del área de matemática (Ver anexo 1)	49
3.7.2. Propósito de la encuesta	50
3.7.3. Estructura	50
3.7.4. Encuesta realizada a estudiantes de básica primaria y básica secundaria (Ver anexos 2, 3 y 4).....	51
3.7.5. Propósito de la encuesta	51
3.7.6. Estructura	51
3.7.7. Rúbrica de observación (Ver anexo 5).....	52
3.7.8. Propósito de la rúbrica	53
3.7.9. Estructura.....	53
CAPÍTULO IV.....	54
4.1. Análisis de la información	54
4.1.1. Identificación de metodologías: grupo de docentes del área de matemáticas en primaria.....	54
4.1.2. Identificación de metodologías: grupo de docentes del área de matemáticas en bachillerato.....	64
4.1.3. Caracterización de las metodologías de enseñanza de un concepto en particular: las ecuaciones lineales. Docentes primaria vs docentes bachillerato	71
4.2. Análisis encuestas a estudiantes	81

4.2.1 Análisis de preguntas que requieren actividades cognitivas de tratamiento y conversión, grados 4° y 5°	81
4.2.2. Análisis de preguntas que requieren actividades cognitivas de tratamiento y conversión, grados 6° y 7°	83
4.2.3. Análisis de preguntas que requieren actividades cognitivas de tratamiento y conversión, grados 8° y 9°	84
4.2.4 Análisis de preguntas respecto a la metodología empleada por el docente de matemáticas, grados 4° y 5°.....	86
4.2.5. Análisis de preguntas respecto a la metodología empleada por el docente de matemáticas, grados 6° y 7°.....	88
4.2.6. Análisis de preguntas respecto a la metodología empleada por el docente de matemáticas, grados 8° y 9°.....	89
4.3. Análisis observación de clases	92
CAPÍTULO V	95
5.1. Conclusiones generales.....	95
5.2. Estrategia metodológica.....	101
BIBLIOGRAFÍA	108
ANEXOS	112

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Concepto de ecuación lineal.....	43
Tabla 2. Concepto de ecuación lineal.....	41
Tabla 3. Recopilación instrumento 1. Fase 1 de la encuesta a docentes	54
Tabla 4. Compendio estadístico de las concepciones sobre la metodología aplicada en el aula. Fase 1 del instrumento 1	55
Tabla 5. Recopilación instrumento 1. Fase 1 de la encuesta a docentes	56
Tabla 6. Compendio estadístico de las concepciones sobre las estrategias de enseñanza que se emplearán en la clase para determinado concepto matemático. Fase 1 del instrumento 1	57
Tabla 7. Compendio estadístico de las concepciones sobre las estrategias de enseñanza que se emplearán en la clase para determinado concepto matemático. Fase 1 del instrumento 1	58
Tabla 8. Compendio estadístico de las concepciones sobre las estrategias de enseñanza que se emplearán en la clase para determinado concepto matemático. Fase 1 del instrumento 1	59
Tabla 9. Compendio estadístico de las concepciones sobre las estrategias de enseñanza que se emplearán en la clase para determinado concepto matemático. Fase 1 del instrumento 1	60
Tabla 10. Compendio estadístico de las concepciones sobre las estrategias de enseñanza que se emplearán en la clase para determinado concepto matemático. Fase 1 del instrumento 1	61

Tabla 11. Compendio estadístico de las concepciones sobre las estrategias de enseñanza que se emplearán en la clase para determinado concepto matemático. Fase 1 del instrumento 1	62
Tabla 12. Compendio estadístico de las concepciones sobre las estrategias de enseñanza que se emplearán en la clase para determinado concepto matemático. Fase 1 del instrumento 1	63
Tabla 13. Compendio estadístico de las concepciones sobre la metodología aplicada en el aula. Fase 1 del instrumento 1	64
Tabla 14. Compendio estadístico de las concepciones sobre la metodología aplicada en el aula. Fase 1 del instrumento 1	65
Tabla 15. Compendio estadístico de las concepciones sobre las estrategias de enseñanza que se emplearán en la clase para determinado concepto matemático. Fase 1 del instrumento 1	66
Tabla 16. Compendio estadístico de las concepciones sobre las estrategias de enseñanza que se emplearán en la clase para determinado concepto matemático. Fase 1 del instrumento 1	67
Tabla 17. Compendio estadístico de las concepciones sobre las estrategias de enseñanza que se emplearán en la clase para determinado concepto matemático. Fase 1 del instrumento 1	68
Tabla 18. Compendio estadístico de las concepciones sobre las estrategias de enseñanza que se emplearán en la clase para determinado concepto matemático. Fase 1 del instrumento 1	69
Tabla 19. Compendio estadístico de las concepciones sobre las estrategias de enseñanza que se emplearán en la clase para determinado concepto matemático. Fase 1 del instrumento 1	70

Tabla 20. Recopilación instrumento 1. Fase 2 de la encuesta a docentes	71
Tabla 21. Compendio estadístico de caracterización de las metodologías de enseñanza de un concepto particular “las ecuaciones lineales”. Docentes primaria vs docentes bachillerato. Fase 2 del instrumento 1	72
Tabla 22. Compendio estadístico de caracterización de las metodologías de enseñanza de un concepto particular “las ecuaciones lineales”. Docentes primaria vs docentes bachillerato. Fase 2 del instrumento 1	73
Tabla 23. Compendio estadístico de caracterización de las metodologías de enseñanza de un concepto particular “las ecuaciones lineales”. Docentes primaria vs docentes bachillerato. Fase 2 del instrumento 1	74
Tabla 24. Compendio estadístico de caracterización de las metodologías de enseñanza de un concepto particular “las ecuaciones lineales”. Docentes primaria vs docentes bachillerato. Fase 2 del instrumento 1	75
Tabla 25. Compendio estadístico de caracterización de las metodologías de enseñanza de un concepto particular “las ecuaciones lineales”. Docentes primaria vs docentes bachillerato. Fase 2 del instrumento 1	76
Tabla 26. Compendio estadístico de caracterización de las metodologías de enseñanza de un concepto particular “las ecuaciones lineales”. Docentes primaria vs docentes bachillerato. Fase 2 del instrumento 1	77
Tabla 27. Compendio estadístico de caracterización de las metodologías de enseñanza de un concepto particular “las ecuaciones lineales”. Docentes primaria vs docentes bachillerato. Fase 2 del instrumento 1	79
Tabla 28. Recopilación instrumento 2 de la encuesta a estudiantes: (Ver anexo 2)	81

Tabla 29. Compendio estadístico de preguntas que requieren actividades cognitivas de tratamiento y conversión, grados 4° y 5°	81
Tabla 30. Recopilación instrumento 3 de la encuesta a estudiantes: (Ver anexo 3)	83
Tabla 31. Compendio estadístico de preguntas que requieren actividades cognitivas de tratamiento y conversión, grados 6° y 7°	83
Tabla 32. Recopilación instrumento 4 de la encuesta a estudiantes: (Ver anexo 4)	85
Tabla 33. Compendio estadístico de preguntas que requieren actividades cognitivas de tratamiento y conversión, grados 8° y 9°	85
Tabla 34. Recopilación instrumento 2 de la encuesta a estudiantes: (Ver anexo 2)	86
Tabla 35. Compendio estadístico respecto a la metodología empleada por el docente de matemáticas, grados 4° y 5°	87
Tabla 36. Recopilación instrumento 3 de la encuesta a estudiantes: (Ver anexo 3)	88
Tabla 37. Compendio estadístico respecto a la metodología empleada por el docente de matemáticas, grados 6° y 7°	88
Tabla 38. Recopilación instrumento 4 de la encuesta a estudiantes: (Ver anexo 4)	90
Tabla 39. Compendio estadístico respecto a la metodología empleada por el docente de matemáticas, grados 8° y 9°	90
Tabla 40. Análisis observación de clases	92

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1. Componentes de una ecuación lineal.....	4
Ilustración 2. Representaciones Semióticas.....	25
Ilustración 3. Representaciones semióticas (tratamiento y conversión)	29
Ilustración 4. Ejemplo de tratamiento y conversión de representaciones semióticas	30
Ilustración 5. Conversión de representaciones semióticas	34
Ilustración 6. Componentes de una ecuación lineal.....	41
Ilustración 7. Ejemplo de ecuación lineal.....	42
Ilustración 8. Clasificación de las ecuaciones	42
Ilustración 9. Diseño de la investigación.....	47
Ilustración 10: Caracterización de las metodologías respecto al uso de las representaciones semióticas en la enseñanza de las ecuaciones lineales	80

LISTA DE ANEXOS

Anexos 1. Encuesta para docentes de matemáticas	113
Anexos 2. Encuesta para estudiantes de 4° y 5°.....	123
Anexos 3. Encuesta para estudiantes de 6° y 7°.....	126
Anexos 4. Encuesta para estudiantes de 8° y 9°.....	129
Anexos 5. Rúbrica de observación de la clase.....	132
Anexos 6. Actividad 1 estrategia metodológica	136
Anexos 7. Actividad 2 estrategia metodológica	139
Anexos 8. Actividad 3 estrategia metodológica	141

RESUMEN

La indagación de las creencias que tienen los estudiantes de las diferentes metodologías empleadas por los docentes en las clases de matemáticas, junto con la identificación y caracterización de las mismas, a partir del uso de las representaciones semióticas en la enseñanza de las ecuaciones lineales, son uno de los puntos de investigación más relevantes dentro de cualquier comunidad educativa existente. Es por ello, que la presente investigación tiene por objetivo general analizar los procesos de enseñanza de los docentes de matemáticas, en el uso de las representaciones semióticas de las ecuaciones lineales.

Para ello, la metodología de la investigación será cualitativa descriptiva, ya que se tratará, cualitativamente, de averiguar en un grupo de docentes del área de matemáticas qué creencias y concepciones tienen sobre la metodología que predomina dentro de sus clases, para luego categorizarlas a través de una serie de encuestas. En este sentido, su desarrollo implicó la aplicación de dicho instrumento a docentes de matemáticas y a estudiantes, junto con entrevistas y observaciones de clase. Todo esto de cara a un marco teórico basado en los planteamientos de diferentes autores como Duval (2004), D'Amore (2006), entre otros, donde el enfoque nace desde las creencias que poseen los docentes de matemáticas sobre las metodologías empleadas en sus clases a la luz de las representaciones semióticas en la enseñanza de las ecuaciones lineales, y poder así observar las diferencias que se encuentran entre Los docentes de básica primaria y básica secundaria de una institución educativa pública.

Palabras clave: Representaciones semióticas, Ecuaciones lineales, Profesores y alumnos.

ABSTRACT

The investigation of the beliefs that the students have of the different methodologies used by the teachers in the mathematics classes, together with the identification and characterization of them, from the use of the semiotic representations in the teaching of the linear equations, are one of the most relevant research points within any existing educational community. It is for this reason, that the present investigation has for general objective to analyze the teaching processes of the mathematics teachers, in the use of the semiotic representations of the linear equations.

For this, the methodology of the research will be qualitative descriptive, since it will be treated, qualitatively, to find out in a group of teachers in the area of mathematics what beliefs and conceptions they have about the methodology that predominates within their classes, to then categorize them through of a series of surveys. In this sense, its development involved the application of this instrument to mathematics teachers and students, along with interviews and class observations. All this in view of a theoretical framework based on the approaches of different authors such as Duval (2004), D'Amore (2006), among others, where the approach is born from the beliefs held by mathematics teachers about the methodologies used in their classes in the light of semiotic representations in the teaching of linear equations, and thus be able to observe the differences found between teachers of primary and secondary basic education of a public educational institution.

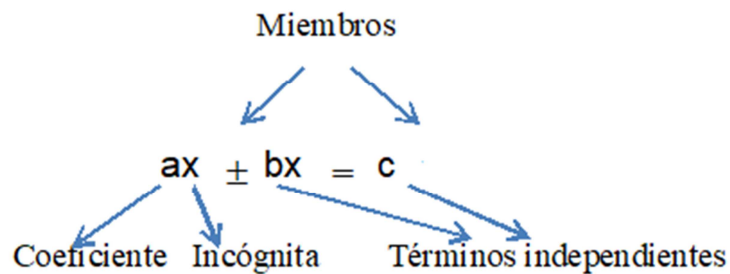
Key Words: Semiotic representations, linear equations, teachers and students.

INTRODUCCIÓN

Las necesidades que genera pensar en la educación actual han hecho que esta investigación no sólo sea un factor fundamental para el desarrollo de la misma, sino en gran medida es un aporte al fortalecimiento de muchas metodologías que se aplican en el aula, específicamente en el área de matemáticas y en el concepto de *ecuación lineal*, pues éste surge como uno de los cimientos para la resolución de otros sistemas de ecuaciones, además de su aplicación en la vida cotidiana de todo individuo, permitiéndole comprender muchas situaciones del mundo real, o sea, en el descubrimiento de situaciones desconocidas. Un ejemplo visible de las ecuaciones lineales es el uso que tienen en las estimaciones, análisis numéricos, aproximaciones, pero fundamentalmente sus aplicaciones en sectores profesionales como el económico, el químico y administrativo, donde la variación depende de la verificación de un valor desconocido, el cual está representado mediante una incógnita, una variable o un valor funcional.

Las ecuaciones lineales de la forma $x \pm a = b$ son un canon lineal básico y representa en la educación básica primaria y básica secundaria el primer acercamiento a otros sistemas de ecuaciones. Es por ello que en una ecuación lineal es importante reconocer varios elementos que facilitan su proceso de solución y de ello depende que se logre encontrar el valor desconocido, de tal forma que se cumpla la igualdad, es decir:

Ilustración 1. Componentes de una ecuación lineal



Fuente: Construcción propia

En donde:

- **Miembros:** son las expresiones que se encuentran a cada lado de la igualdad.
- **Incógnita:** se representa con una letra, cuyo valor se desconoce.
- **Coeficientes:** son los valores numéricos, con los cuales se multiplican las incógnitas.
- **Términos independientes:** son las expresiones solamente numéricas.

Desde el campo científico en educación matemática son muchos los autores que han hecho posible que el desarrollo del concepto de *ecuación lineal* sea significativo y abra puertas a otras investigaciones en torno a dicha conceptualización, ellos son: Bashmakova & Smirnova (2000), Boyer (1986) y Sessa (2005). En sus aportes son visibles las manipulaciones del objeto matemático a través de una representación semiótica, sin embargo, dentro de las metodologías tradicionales que se desarrollan en las prácticas educativas, se ha presentado el concepto de forma desligada, lo cual deja al descubierto la falta de apropiación de los diferentes registros de representación, o sea, no se logran identificar las diferentes formas en que se puede representar un objeto

matemático. Esto ha generado dificultades en la comprensión del concepto mismo, de ahí que le sea difícil al estudiante realizar tratamientos entre diferentes representaciones de dicho objeto, o lo que Duval (2004) define como las actividades cognitivas de formulación, tratamiento y conversión entre los registros de representación. De ahí entonces que surjan en las aulas, problemáticas referidas a los cambios de registro, ya que es mínima la visibilidad que el docente de matemática está generando en el estudiante, pues la amplia gama de representaciones que puede tener un objeto le posibilita el aprendizaje a los estudiantes y los lleva a la apropiación del concepto mismo.

Esta investigación se enmarca en la teoría de registros semióticos y aprendizajes intelectuales desarrollada por Duval (2004), la cual permite la comprensión de los objetos matemáticos desde su conceptualización e importancia en una intervención directa de las actividades cognitivas de formulación, tratamiento y conversión entre los registros de representación en el concepto de *ecuación lineal*, por lo que el acceso al objeto matemático y su oportuna manipulación dependen de dichos registros, es decir:

Todo acceso a los objetos matemáticos (números, funciones, ecuaciones...) pasa necesariamente por las representaciones semióticas. Sin embargo, no se puede confundir nunca un objeto matemático y su representación, el objeto puede tener otras tantas representaciones diferentes de las que uno ve. (Duval, 2004, p. 14).

Este componente es fundamental para el desarrollo de toda actividad matemática, pues dicha confusión entre el objeto y su representación no permite el traspaso del objeto a otras representaciones del mismo, las anula o no las hace visibles, lo cual genera la poca aprehensión del concepto matemático. En este sentido, la teoría de las representaciones semióticas abarca en las matemáticas su uso necesario e indispensable, pues estas no pueden ser concebidas de forma aislada, por el contrario,

modelan otros sistemas de representación nutridos de una estructura interna, la cual usufructúa limitaciones de articulación y significado, estas pueden ser decretadas en el funcionamiento de las actividades cognitivas que admite desarrollar.

Para enmarcar todo el proceso investigativo en los registros de representación, se debe entender que estos se encuentran cimentados por signos, en otras palabras, su adecuación nace a partir de los trazos, íconos y símbolos, los cuales son el origen de una representación, definidos a su vez por las múltiples opciones que posibilita un sistema semiótico, en tanto que:

Las representaciones semióticas no sólo son indispensables para fines de comunicación, sino también, son necesarias para el desarrollo de la actividad matemática misma. En efecto, la posibilidad de efectuar tratamientos sobre los objetos matemáticos depende directamente del sistema de representación semiótico utilizado. (Duval, 2004, p. 15).

En este sentido, las representaciones semióticas estructuran ciertas actividades cognitivas que comprenden:

En primer lugar, constituir una marca o un conjunto de marcas perceptibles que sean identificables como una representación de alguna cosa en un sistema determinado. Luego, transformar las representaciones de acuerdo con las únicas reglas propias del sistema,... Por último, convertir las representaciones producidas en un sistema de representaciones en otro. (Duval, 2004, p. 30).

Así pues, como lo expone Duval, **construir, transformar y convertir** son actividades necesarias para la coherencia y coordinación entre los registros de representación, pues a partir de las mismas se puede lograr una aprehensión, no sólo del concepto de *ecuación lineal*, sino de cualquier conceptualización matemática, es decir, cada una tiene una función esencial en todo proceso de conceptualización matemático, por tanto, la identificación de las dificultades que se presentan en la metodología

empleada por el docente de matemáticas, pueden ser analizadas desde una deficiencia en la conceptualización de los objetos matemáticos, concernientes al tránsito exiguo de las representaciones semióticas.

Al emplearse las representaciones semióticas, el docente está garantizando que el estudiante las haga visibles en su vida cotidiana y las use para reconocer los objetos matemáticos, exteriorizando sus creaciones mentales, pues este es el único medio que le permite acceder a estas. De esta forma: “estos registros constituyen la margen de libertad con que cuenta un sujeto para objetivarse él mismo una idea aún confusa, un sentimiento latente, para explorar las informaciones o simplemente, para comunicarlas al interlocutor” (Duval, 2004, p. 30). Así, se esperaría que en los procesos de enseñanza del concepto de *ecuación lineal*, el docente logre inducir al estudiante a establecer la diferencia entre el objeto y su representación, siendo las actividades cognitivas de coordinación entre los registros, aquellas que marcan la pauta para establecer dicha diferencia.

La idea de *ecuación lineal* desde la teoría de Duval (2004) puede ser relevada en varios registros de representación:

- El registro verbal: constituido por una especificación en lenguaje natural, pues a partir de una situación problema que se modela con una ecuación lineal, generalmente se detalla en lenguaje natural.
- El registro simbólico: se presenta en términos de una igualdad, que para los procesos de enseñanza se expresa como la composición de dos miembros, entendiendo que mediante las operaciones básicas que intervienen se cumpla la igualdad.

La correspondiente práctica investigativa cumple con una metodología cualitativa- interpretativa y los instrumentos que se han utilizado para la recolección de

información son dos cuestionarios para los docentes, el primero de ellos tiene como propósito identificar las metodologías usadas en los procesos de enseñanza de las ecuaciones lineales y el segundo, caracterizar dichas metodologías. Así como entrevistas a docentes de educación básica primaria y básica secundaria, y finalmente, protocolos de observación.

En el marco de la Teoría de las representaciones semióticas de Raymond Duval (2004) y Bruno D'Amore (2006), en un primer momento se profundizará en el concepto de *ecuación lineal*, partiendo de dichos referentes investigativos y tomando los enfoques semióticos allí planteados. Asimismo, en la importancia que ameritan los procesos de enseñanza de dicho concepto, pues desde las dos teorías se hace un reconocimiento especial a la aprehensión de los objetos matemáticos desde las actividades fundamentales que se realizan a partir de los registros de representación.

En un segundo momento se realiza el análisis de los resultados arrojados por los instrumentos aplicados a los docentes, con el propósito de indagar respecto a las metodologías usadas y cuáles de estas apuntan a visibilizar los registros de representación, junto al rastreo de las actividades cognitivas que se movilizan para el aprendizaje de las ecuaciones lineales.

La investigación se divide en cinco capítulos, discriminados de la siguiente manera:

- ✓ Capítulo 1: planteamiento del problema, justificación y objetivos investigativos.
- ✓ Capítulo 2: se relacionan los antecedentes y las concepciones de ecuación lineal. El marco teórico que da cuenta de los registros de representación semiótica desde dos teorías significativas para la investigación, la teoría de Raymond Duval y Bruno D'Amore, las cuales establecen bases sólidas para

la investigación, además de la presentación de los registros de representación del concepto de ecuación lineal.

- ✓ Capítulo 3: aplicación y descripción de los instrumentos.
- ✓ Capítulo 4: análisis de los instrumentos.
- ✓ Capítulo 5: conclusiones, resultados encontrados y esperados, así como las estrategias metodológicas para los docentes que enseñan matemáticas y para otros trabajos investigativos.

CAPÍTULO I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA, JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS

1.1. Planteamiento del problema

En el ejercicio de la educación formal en Colombia, específicamente en la básica primaria y básica secundaria, diversas investigaciones y, asimismo, la experiencia profesional propia ponen a primera vista la importancia de las ecuaciones lineales en los procesos educativos, debido a su amplia aplicación en otras disciplinas y en el manejo continuo de dicho concepto en la vida cotidiana.

Es por ello que el interés de la presente investigación se enfoca en los procesos de enseñanza, estudiados y discutidos por muchos investigadores, los cuales pueden o no estar inmersos en el uso de las representaciones semióticas en beneficio del aprendizaje de la aritmética y el álgebra en la escuela, debido a que siendo el docente el principal protagonista de dichos procesos se encuentra muy dependiente de los currículos institucionales e inducido a formas netamente tradicionales, las cuales podrían estar aumentando la brecha epistemológica, cognitiva y didáctica existente entre los modos de pensamiento aritmético y algebraico.

El hecho tal que los estudiantes presenten dificultades en el dominio de las ecuaciones lineales, es una situación que se ve reflejada, tanto en los resultados de las pruebas SABER, como en la deserción escolar en los grados posteriores, reduciendo su conocimiento a una instancia de sencillas técnicas mecánicas y memorísticas para la resolución de las ecuaciones, esto es, aprenderse el paso a paso de un lado al otro de letras y números sin un conocimiento específico del procedimiento que está efectuando, lo cual genera muchos cuestionamientos respecto a los procesos de enseñanza que se le ha dado al objeto matemático y a la intervención apropiada del docente de matemáticas que se encuentra a cargo de este proceso, puesto que su rol es de proporcionar, mediante

la práctica, la visualización de las múltiples formas en que puede ser representado un objeto matemático y la manipulación de este depende de las mismas.

La movilización del pensamiento matemático respecto a las ecuaciones lineales, inicia con los procesos de enseñanza en la básica primaria donde el docente fortalece en el estudiante el pensamiento aritmético, pues es de acuerdo al lenguaje usado que se puede llevar a una mecanización en toda actividad matemática, o por el contrario, a un reconocimiento del objeto, y por ende, a la representación mental que el estudiante hace del mismo, para luego exteriorizarla mediante las representaciones semióticas. Sin embargo, esto sólo puede ser logrado si el lenguaje usado por el docente ha marcado la diferencia de los registros de representación, por ejemplo, un registro verbal, de uno simbólico y uno gráfico, conllevando así que los estudiantes logren hacer tratamientos entre los mismos sin llegar a confundirlos.

Esta serie de consideraciones permiten formular el siguiente interrogante: ¿Cuáles son los procesos de enseñanza de los docentes de matemáticas en el uso de las representaciones semióticas de las ecuaciones lineales?

Lo que lleva a un desglose de sub-preguntas que son necesarias para darle respuesta:

- ¿Cuáles son las metodologías empleadas por los docentes de matemáticas en los procesos de enseñanza de las ecuaciones lineales?
- ¿Qué características generales se pueden evidenciar en las metodologías usadas por los docentes de matemáticas en el proceso de enseñanza de las ecuaciones lineales?
- ¿Qué estrategia metodológica de enseñanza permitirá potenciar o fortalecer el uso de las representaciones semióticas en el concepto de ecuación lineal?

1.2. Justificación

El reto de una investigación sobre la enseñanza de las matemáticas no es sólo saber cuáles contenidos enseñar y de qué manera introducirlos en clase, sino también analizar las razones estructurales de los problemas de comprensión con los cuales se enfrenta la mayoría de alumnos de todos los niveles de enseñanza. (Duval, 2004).

Siendo docentes, son constante los cuestionamientos que surgen acerca de la información que hemos compartido a nuestros estudiantes y si realmente ha sido la apropiada. Por ello debemos investigar e indagar cuáles han sido los procesos de enseñanza de los docentes de matemáticas en el uso de las representaciones semióticas, que han potencializado el aprendizaje de las ecuaciones lineales, es decir, aquellas acciones discursivas y propias del lenguaje que garantizan que realmente el aprendizaje en matemáticas ha sido el esperado, pues es evidente que los grandes vacíos que se presentan tienen como origen las actividades cognitivas internas y externas de formulación, tratamiento y conversión entre los distintos tipos de lenguaje, o dicho de otra forma, los diferentes registros en que se puede representar un mismo objeto matemático, es decir, el paso de un enunciado en lenguaje natural a un enunciado en lenguaje simbólico, y finalmente, a uno gráfico.

En este sentido, las dificultades en matemáticas se hacen visibles en la comprensión o interpretación de los registros de representación, lo que significa que no hay una buena aprehensión del objeto matemático y, por ende, de los diferentes tipos de representación que pueden usarse para dicho objeto, generando vacíos a lo largo de la escolaridad, esta situación tiene un agravante y nace de aquellos docentes que permanecen indiferentes, o lo que es lo mismo, dentro de sus procesos de enseñanza no hay un reconocimiento, ni uso adecuado de las representaciones semióticas y dentro del

lenguaje que están usando en sus aulas no es visible para los estudiantes y por ello tienden a confundir el objeto de su representación.

La presente investigación busca ofrecer aportes teóricos a la comunidad educativa que promuevan las actividades cognitivas internas y externas de formulación, tratamiento y conversión entre los diferentes registros en que se pueden representar las *ecuaciones lineales*. Y está dirigida principalmente a los docentes de matemática en la construcción de un lenguaje apropiado y permeado por el conocimiento de las múltiples representaciones semióticas que pueden realizar de un mismo objeto matemático, en este caso, de las ecuaciones lineales, es decir, la importancia de estudiar cuáles son los procesos de enseñanza de los docentes de matemáticas en el uso de las representaciones semióticas que potencializan el aprendizaje de las ecuaciones lineales.

1.3. Objetivos

1.3.1 Objetivo general

Analizar los procesos de enseñanza de los docentes de matemáticas, en el uso de las representaciones semióticas de las ecuaciones lineales.

1.3.2 Objetivos específicos

- Identificar las metodologías usadas por los docentes en los procesos de enseñanza de las ecuaciones lineales.
- Caracterizar las metodologías usadas por los docentes en el proceso de enseñanza de las ecuaciones lineales.
- Proponer una estrategia metodológica de enseñanza que potencie el uso de las representaciones semióticas en el concepto de ecuación lineal.

CAPITULO II. ESTADO DEL ARTE Y REFERENTE TEÓRICO

2.1 Estado del arte

Las ecuaciones lineales representan una parte fundamental de las matemáticas, éstas posibilitan el cambio de lo aritmético a lo algebraico y su aplicación es una competencia básica que se debe desarrollar en los dos primeros ciclos de la enseñanza, en básica primaria y básica secundaria. En consecuencia, es un concepto que ha tenido un sin número de estudios en diversas disciplinas y bajo diferentes enfoques, los cuales han permitido una ampliación en el campo matemático al igual que en la didáctica del mismo.

En esta investigación se hace referencia a los siguientes estudios sobre el concepto de *ecuación lineal*:

Guerra (2013), en su trabajo titulado *Las situaciones problema, mediadoras de aprendizajes significativos de la ecuación lineal* pone en manifiesto la enseñanza de las ecuaciones lineales, a partir de la gran dificultad que se presenta en la educación secundaria. Expone además las causas que llevan a la mínima comprensión del concepto, las cuales tienen por origen el enfoque algorítmico que se le ha dado, siendo un ejercicio que termina en un aspecto memorístico, que finalmente es olvidado por la mayor parte de los estudiantes.

Duval (2004), aunque expresa la articulación entre los registros verbal y simbólico por medio de situaciones problema, no asigna directamente su investigación al desconocimiento de las reglas que existen en la correspondencia semiótica entre el registro de representación verbal y simbólico, o en palabras de este autor, el desconocimiento de los fenómenos de no congruencia entre los registros de representación.

En su investigación, Guerra (2013) aplica una prueba diagnóstica a 62 estudiantes del grado 8° 9° 10° y 11° de una institución educativa en la ciudad de Medellín-Colombia, donde el objetivo de la prueba era medir los conocimientos de los estudiantes en cuanto a:

- ¿Qué es una ecuación?
- Identificación de expresiones que son ecuaciones lineales.
- Resolución de una ecuación para encontrar el valor de la incógnita.
- Despeje de una variable a partir de una fórmula dada.
- Reconocimiento de conjuntos numéricos de acuerdo a la solución de ecuaciones.
- Relacionar una situación con una ecuación que describa dicha situación.
- Solución de problemas a partir del planteamiento de ecuaciones lineales.
- Crear una situación a partir de una ecuación dada. (2013, p. 30)

Los resultados evidenciaron la dificultad para hacer conversiones del registro verbal al simbólico, pues al realizar un análisis global de las pruebas diagnósticas, Guerra afirma que esto se debe a un problema en la enseñanza de las matemáticas, porque los conceptos se están llevando al aula de forma mecánica, lo cual sólo implica un ejercicio netamente mecánico, y en su gran mayoría lo atribuye a las prácticas o metodologías del docente para transmitir al estudiante dicho concepto.

Por otra parte, la investigación de Arenas (2013), titulada *Las ecuaciones lineales, desde situaciones cotidianas*, es una propuesta de intervención basada en la aplicación de la plataforma virtual *Moodle*, donde se desarrolla la temática de sistemas de ecuaciones lineales. En este estudio, la investigadora implementa actividades donde el estudiante es el protagonista y el profesor sólo interviene de guía (aclarando las dudas que presentaron los estudiantes a nivel conceptual y técnico), logrando integrar de esta

manera a cada uno de los estudiantes en su proceso de aprendizaje, mediante el uso de las TIC o el programa *Moodle*.

Dicha investigación deja ver que el uso de herramientas es una práctica significativa dentro de la metodología de los docentes, pues permite que el estudiante manipule el objeto matemático por medio de las representaciones semióticas que pueden ser más visibles con esta herramienta computacional, en tanto le amplía el panorama visual y concreto, que en muchas ocasiones en lápiz y papel se queda corto.

Los resultados evidenciaron el gran interés que despiertan los recursos multimedia en los estudiantes, la gran motivación con que hacen uso de ellos y los enormes alcances conceptuales, reflejados en los desempeños obtenidos por el mayor número de estudiantes del grupo experimental y en el dominio y propiedad sobre los conocimientos adquiridos (Arenas, 2013).

Las conclusiones más relevantes de Suaza se enmarcan en:

El desarrollo de esta propuesta de intervención en el aula como una estrategia y una herramienta de apoyo para el estudio de ecuaciones lineales, debido a la importancia que tiene este tema en la matemática escolar y teniendo presente que el estudiante debe desarrollar habilidades en la solución de situaciones problema que se plantean a diario en el estudio de las ciencias exactas. Es por eso, que aplicar estas alternativas didácticas para su aprendizaje contribuye sin duda alguna a que el estudiante pueda mejorar en la comprensión y actitud hacia la asignatura. Los hallazgos más importantes de este estudio son:

- Se observó el gran interés que despiertan los recursos multimedia en los estudiantes, la gran motivación con que hacen uso de ellos y los enormes alcances conceptuales, reflejados en los desempeños obtenidos por el mayor número de estudiantes del grupo experimental, en el dominio y propiedad sobre los conocimientos adquiridos.
- Los contenidos trabajados y la forma como se presentan en la propuesta, despierta en los estudiantes la motivación hacia las animaciones, documentos y videos, colgados en la

plataforma generando en los estudiantes gran curiosidad e interés por conocer cada uno de los temas.

- La implementación en la enseñanza de las matemáticas de diferentes herramientas permite a los estudiantes visualizar, manipular y sobre todo participar activamente de su propio proceso de enseñanza- aprendizaje; se potencializa no sólo un aprendizaje significativo, sino la construcción de valores, la comunicación, la aceptación por la diferencia y la autonomía (Arenas, 2013).

En su investigación se puede identificar que, aunque el uso de la herramienta amplía la opción de manipulación del objeto matemático, continúa la separación de estructuración entre los diferentes registros de representación semiótica del concepto de ecuación lineal, ya que se evidencia en los procesos que los estudiantes están usando, un acercamiento al uso de un único registro de representación semiótica, y aunque se prebenda el uso del registro algebraico, no están empleando otro registro de representación de forma espontánea, a menos que en la actividad que se propone en la secuencia didáctica, sea solicitado.

En su tesis doctoral, Godino (2003) expresa la gran preocupación, desde que inició su trabajo de investigación hace 12 años atrás, pues su propósito es dar claridad a la naturaleza de los objetos matemáticos, reconociéndolos como un requisito previo para todo proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Todo ello para reconocer que “las nociones de concepto, concepción, esquema, en sus diversas variantes, son las más usadas por los investigadores en didáctica de las matemáticas como herramientas teóricas para describir la cognición matemática” (Godino, 2003, p.25). Además de considerar que se hace totalmente necesario complementar dichas nociones a través de un modelo ontológico y epistemológico de más complejidad, el cual permita “describir y explicar los fenómenos de cognición matemática y su desarrollo en el contexto educativo” (Godino, 2003, p. 28), atribuido a que la investigación no sólo emergería en que dichas nociones sean reconocidas, sino en su perfeccionamiento mediante un modelo, desde el fortalecimiento de otros “conceptos, otros objetos como:

procedimientos, algoritmos, proposiciones, demostraciones, problemas, lenguaje, etc.” (Godino, 2003, p.28).

Como constructo base, este autor parte de un “sistema de prácticas personales (e institucionales) ante una clase de problemas” (Godino, 2003, p.32), en el cual considera necesario “introducir la noción de objeto emergente de los sistemas de prácticas, entre los cuales se establecen relaciones de expresión y contenido, de significativo y significado. Para obtener “un modelo que al tiempo de ser antropológico, es también referencial, tratando de superar, de este modo, el dilema epistemológico entre pragmatismo y realismo” (Godino, 2003, p.32).

Para la creación de dicho modelo, Godino utiliza como ejemplo el concepto estadístico de *mediana*, tomando como referente la conceptualización que se presenta en un libro de secundaria, el cual usó como recurso para la aplicación de tres instrumentos a un grupo de estudiantes de magisterio. Él define los dos primeros cuestionarios como la reconstrucción que se le hace al significado institucional de la *mediana* y por medio de un ejemplo en una clase hace alusión a la enseñanza del cálculo de derivadas en bachillerato.

Su preocupación por la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, lo ha llevado a investigar y desarrollar dicho modelo teórico para su didáctica desde la definición de las teorías de las funciones semióticas, pues deja prever el gran abastecimiento epistemológico y semiótico que hace a la disciplina, particularmente de los procesos en los cuales se han enfocado los estudios en matemáticas. Por lo tanto, los hallazgos importantes en este estudio son:

La búsqueda de explicaciones ante las dificultades del aprendizaje matemático, en primer lugar, en los elementos estructurales del conocimiento puestos en juego, los factores institucionales y los procesos sobre los cuales tenemos posibilidad de actuar.

Una atención particular deberá recibir la interacción comunicativa y los procesos interpretativos que tienen lugar en las clases de matemáticas. Como bien lo expresa Godino:

Nuestro modelo ontológico-semiótico se ha ido complicando a medida que lo aplicamos al análisis de la actividad matemática: de la lupa del triángulo semiótico (signo, objeto, concepto) hemos pasado al "microscopio" constituido por las seis entidades básicas (situaciones, lenguaje, acciones, conceptos, propiedades y argumentos) y los cinco pares de facetas duales, que operan como "apellidos" de las entidades básicas. Esto nos lleva a un modelo ontológico ciertamente mucho más complejo que el triángulo primitivo. Pero estamos convencidos que el modelo permitirá develar nuevas dimensiones de la cognición matemática y su desarrollo. (2003, p. 47).

Es evidente que en su investigación, el autor da la apertura a nuevas investigaciones que se adhieran a dicho modelo, resaltando el uso de nociones semióticas en el estudio de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, porque cada vez se hace más necesario la implementación de las mismas en las metodologías de los docentes. De ahí que si desde la labor de los docentes se da la claridad de la naturaleza de los objetos matemáticos del mismo modo que su representación, seguramente los procesos de enseñanza estarán permeados de las representaciones semióticas en pro de que la comprensión y competencia matemática sea cada vez más significativa en los estudiantes.

En esta misma línea la tesis doctoral de Macias (2015), se enmarca en las razones existentes entre los errores y deficiencias que los estudiantes reflejan en la comprensión de las matemáticas, las cuales se encuentran relacionadas con la complejidad cognitiva de los contenidos y el manejo adecuado de las diferentes formas de acceder a cualquier objeto matemático.

Es por ello que el autor afirma en su investigación la importancia del uso de varios sistemas de representación esenciales para el ejercicio y desarrollo de las

actividades cognitivas de tratamiento y conversión, específicamente en la cognición matemática, constructo que lo lleva a plantear el siguiente interrogante: ¿Qué tipo de situaciones se pueden diseñar y plantear de manera que se favorezca el trabajo y conversión entre los diferentes registros de representación semiótico? (Macias, 2015, p. 9).

El cual desarrolla en su investigación, con el propósito de aportar al campo educativo, específicamente a los docentes, situaciones que favorezcan los cambios de representación, posibilitando el camino hacia el diseño de estrategias de enseñanza aplicables en la escuela, tomando como punto de partida el análisis de las evaluaciones diagnóstico más importantes a nivel nacional e internacional: PISA, TIMS e INCE. En este análisis el autor enmarca el diseño de los ítems de cada una de estas pruebas, en la vía poco acertada para un respectivo seguimiento, el cual permita revelar las dificultades que se generan desde la actividad cognitiva de conversión y la respectiva utilización de las representaciones semióticas y sin lugar a duda tampoco atienden a un mejoramiento de la práctica escolar desde dicho aspecto.

Esta deficiencia analizada en dichas pruebas lleva a este autor al diseño y desarrollo de dos ingenierías didácticas, las cuales se encuentran sustentadas en la teoría de situaciones didácticas de Brousseau y los registros de representación semiótica de Duval, en ellas, se proponen situaciones que ayudan al estudiante a la realización de conversiones entre diferentes registros de representación, logrando así alcanzar una conceptualización y comprensión de las nociones matemáticas de forma más completa desde la adquisición de conocimientos.

El interés de muchos investigadores en dar aportes a la comunidad educativa, en especial a los docentes del área de matemáticas ha aumentado en los últimos años, la necesidad por abordar las dificultades que día a día se generan en la comprensión de las

matemáticas en el aula ha generado variados aportes, es por ello, que el trabajo de investigación realizado por Amaya, T., Pino, L. & Medina, A. (2016), da cuenta de una evaluación exhaustiva a la dimensión matemática, desde el conocimiento Didactico-matemático de 90 docentes en formación, dicho análisis partió de las transformaciones que éstos podrían hacer a una función, tomando diferentes representaciones de la misma, esto para constatar de qué forma los docentes las emplearían en sus prácticas matemáticas, lo cual dejó a la luz un sin número de dificultades de los participantes al momento de identificar y usar diferentes representaciones semióticas, entre ellas la gráfica, así pues la deficiencia de la actividad cognitiva de conversión en varios registros de representación fue muy marcada en dicho grupo de docentes.

Una de las conclusiones más relevantes de los investigadores respecto a este estudio fue evidenciar en los docentes el privilegio que le otorgan a las transformaciones tipo conversión pero únicamente en un sólo registro, donde recodifican la información, realizan algunos tratamientos y proceden a responder, siendo deseable que establezcan conexiones entre diferentes registros. (Amaya, T., Pino, L. & Medina, A. 2016).

Hurtado (2013), en su tesis de maestría *Análisis didáctico de las ecuaciones de primer grado con una incógnita y su impacto en la educación básica*, propone, a partir de la necesidad formativa, que los profesores de matemáticas requieren estar en búsqueda de la comprensión, el análisis y la intervención en los procesos de aprendizaje de las ecuaciones lineales, ya que las dificultades que están enfrentando los estudiantes en el manejo de estas son cada vez más evidentes en la vida escolar.

Hurtado ha enfocado su investigación, inicialmente, en la formación de profesores de matemáticas, como un ente principal en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las mismas, es decir, “la manera como el docente enseña un determinado

conocimiento determina radicalmente la forma como sus estudiantes lo aprenderán y esto ha sido el tema de discusión” (Ernest, citado en Hurtado, 2013, p.52). Es por ello que el papel que desempeña el docente en el aula es fundamental para que el estudiante adquiera el conocimiento, desde la misma construcción de la noción y el abordaje a las posibles dificultades que se van presentando en el desarrollo del mismo.

Los resultados relevantes en su investigación son:

- Sistemas de representación: articulación entre lenguaje natural, lenguaje simbólico-algebraico y gráfico-funcional.
- Regla para poner un problema en ecuaciones.
- Dificultad para realizar las traducciones entre los distintos sistemas de representación movilizados.
- Dificultad para realizar transformaciones de orden sintáctico en el registro simbólico-algebraico. (Hurtado, 2013).

En esta investigación es posible reconocer la importancia de la formación docente y la intervención apropiada en el aula, o sea, los procesos de enseñanza pueden ser fortalecidos siempre y cuando los docentes estén apropiados de conocimientos didácticos, base que le permite elaborar y gestionar mecanismos que movilicen las competencias matemáticas.

En la investigación de Masiell (2016), su interés no radicaba en los docentes del área de matemáticas sino en los estudiantes de la básica primaria, ya que a partir de la exploración a un grupo de estudiantes de cuarto de primaria, analizó a la luz de la teoría de la representaciones semióticas, si los estudiantes al resolver un instrumento con una serie de actividades propuestas sobre problemas aritméticos elementales verbales, denominados PAEV, específicamente aditivos en la categoría semántica de comparación y/o igualdad, lograrían el aprendizaje esperado. Para ello en la investigación se empleó la teoría de registros de representaciones semióticas mediante un estudio de casos en el análisis y proceso de datos. Logrando demostrar que las

producciones de los estudiantes daban cuenta de la coordinación de al menos dos registros de representación para la comprensión de los problemas. (Masiell 2016).

Una de las conclusiones más significativas de este estudio fue sin lugar a duda la existencia de las dificultades presentadas en el uso de las representaciones semióticas planteadas en el problema PAEV, ya que el porcentaje de estudiantes de 4° grado de primaria que no lograron resolver el problema fue bastante considerable, evidenciándose que para ellos fue de gran ayuda el registro de representación algebraico en la conversión de registro verbal a registro gráfico. (Masiell 2016)

Finalmente la propuesta didáctica de Báez, A., Pérez, O. & Triana, B. (2017), basada en múltiples formas de representación semiótica de los objetos matemáticos para desarrollar el proceso de enseñanza y aprendizaje del cálculo diferencial, nos muestra el desarrollo de la actividad procedimental a través de las representaciones semióticas de los procesos de variación y cambio, tomando como herramienta el asistente matemático DERIVE, como espacio para su desarrollo, logrando definir a través de la aprobación experimental, y sus respectivas representaciones semióticas cómo los estudiantes mejoran, de forma significativa, su desempeño en la solución de ejercicios matemáticos.

En esta investigación queda a la luz que el uso de la tecnología como escenario para desarrollar muchas propuestas didácticas es propicio y permite visibilizar a los estudiantes las diferentes representaciones semióticas de un objeto matemático, además de ser esenciales para motivar a los estudiantes y lograr en ellos las actividades cognitivas de tratamiento y conversión. (Báez, A., Pérez, O. & Triana, B. 2017).

Todas las investigaciones mencionadas dan cuenta de la carencia de coordinación de los diferentes registros de representación, aunque en algunas son mencionados sin profundizar en ellos, se menciona esa falta de apropiación y

reconocimiento por parte de los estudiantes ante la comprensión de un concepto matemático y su respectiva formulación, tratamiento y conversión de los registros de representación, además de la poca relación que establecen entre la representación verbal y la simbólica.

Con certeza, estas investigaciones son relevantes en la utilización de las diversas representaciones semióticas en la conceptualización del objeto matemático: *ecuación lineal* y los entornos virtuales o tecnológicos como herramientas innovadoras que impulsan la interacción y manipulación entre diferentes registros de representación, beneficiando así, la apropiación del objeto y la mayor comprensión del mismo.

Además, deja entrever o coinciden de manera indirecta en la coordinación entre los registros de representación, al igual que en el fortalecimiento de las actividades cognitivas de tratamiento, formulación y conversión entre los registros de representación, aquellas que son de mayor complejidad para los estudiantes y que se requiere irremediablemente estrategias o metodologías por parte de los docentes, que den cuenta de estos procesos y que no sólo se limiten a la mecanización, sino por el contrario, al reconocimiento del objeto mismo, al igual que la diferencia respecto a su representación.

No obstante, los anteriores estudios han centrado su mirada en el objeto: *ecuaciones lineales* y las dificultades que presentan los estudiantes para pasar de un registro a otro. Sólo en el estudio de Godino (2003) se analizó a partir el uso de las representaciones semióticas y el reconocimiento del objeto matemático como figura principal para el análisis de las actividades cognitivas de formulación, tratamiento y conversión, lo cual implica realizar todo un análisis respecto a la forma como se está explicando en el aula la diferencia entre los objetos matemáticos, su representación y si hay conocimiento de ello, pues se hace necesario el estudio de las prácticas empleadas

para dicho fin, puesto que es un determinante en los procesos de enseñanza de las matemáticas.

2.2 Referente teórico

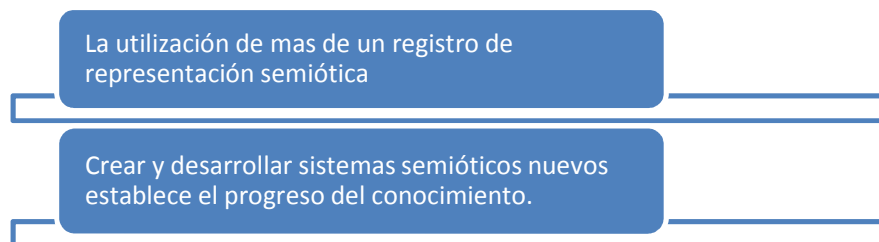
2.2.1 Teoría de las representaciones semióticas

Conforme a la teoría de Duval (2004) la importancia de las representaciones semióticas no sólo se limita a fines comunicativos, sino además, son indispensables para desarrollar cualquier actividad matemática, de modo que se accede a múltiples registros de representación semiótica y se amplía la posibilidad de ejecutar tratamientos sobre los objetos matemáticos. Por tanto, dichos tratamientos matemáticos no podrían ser desarrollados si se encuentran independientes de un sistema semiótico de representación, lo cual en palabras de Duval es entendido como el sistema de signos que tiene como función principal comunicar.

Partiendo de este constructo, se deben definir dos cuestionamientos que para Duval son la base de su estudio respecto al funcionamiento de las actividades cognitivas fundamentales de los registros de representación semiótica: ¿Cómo se logra el dominio de los objetos matemáticos sin que sean confundidos con su representación? Y ¿Cómo se logra pasar de un registro a otro?

Para adquirir la comprensión de un objeto matemático, Duval enfatiza en dos características significativas:

Ilustración 2. Representaciones Semióticas



Fuente: Adaptado de Duval (2004)

Es por ello, que la fundamentación para toda actividad matemática depende de la intervención de actividades cognitivas de tratamiento y conversión, a partir de la diferencia establecida entre los registros de representación, el acoplamiento y transformación entre los mismos, que son considerados el foco central para el aprendizaje.

El significado que poseen las representaciones semióticas en la enseñanza de las matemáticas es fundamental y garantiza el acceso a los objetos matemáticos, ya que por medio de dichas representaciones se logra hacer tangible aquello que es intangible, logrando así que “la actividad matemática se realice necesariamente en un contexto de representación” (Duval, 2004, p.64)

De igual manera, el terreno extenso del aprendizaje de las matemáticas requiere de un análisis más profundo, debido a que hay una intervención directa de los procesos cognitivos, los cuales intiman del uso de los registros de representación distintos al lenguaje natural, es decir, aquellos que son geométricos, algebraicos, gráficos, tabulares o esquemáticos, en el sentido propio de su esencia paralela al lenguaje natural, los cuales permiten y garantizan las relaciones y los procesos operativos entre los mismos.

Para Duval: “es esencial no confundir jamás los objetos matemáticos, es decir, los números, las funciones, las rectas, etc.; con sus representaciones” (2004, p.68). Premisa que visibiliza la razón de acceder a los objetos mismos a través de las diferentes representaciones, sin que se confundan entre sí, pues de otra forma no podría ser posible que el estudiante aprenda determinado concepto, y por tanto, no lograría establecer la diferencia entre el objeto representado y la forma como ha sido representado este.

Para profundizar un poco más, debemos partir de la diferencia entre los procesos mentales o las representaciones mentales y las representaciones semióticas, pues la una se apoya directamente de la otra para establecer conceptualmente aquello que no es perceptible por nuestros sentidos, siendo las primeras todo el conjunto de imágenes o concepciones que una persona crea en su de determinado objeto, logrando ser exteriorizadas a partir de las representaciones semióticas, las cuales son creaciones ordenadas por el uso de signos, siendo así la garantía y el medio de cual dispone todo individuo para exteriorizar su producción cognitiva, es el medio para hacerlas palpables y afile a otros. En este sentido, ambas no sólo son el medio para comunicar, sino además son indispensables para desarrollar cualquier actividad matemática, en tanto se amplifica el funcionamiento cognitivo del pensamiento, la comprensión y el tratamiento de la información.

A partir de las investigaciones del aprendizaje de las matemáticas desarrolladas por Duval (2004), D' Amore (2006) y (Godino, 2003) se ha podido demostrar que los cambios que pueden presentarse en una representación es para la mayoría de los estudiantes una tarea difícil: “todo sucede como si para la gran mayoría de los alumnos la comprensión que logran de un contenido quedara limitada a la forma de representación” (Duval, 2004, p.43), en tanto no logran situar en correspondencia las unidades significantes en cada registro, además de la tendencia de los docentes en llevar a los estudiantes a una mecanización de procedimientos en el mismo registro de representación.

Es por ello que Duval lo manifiesta en su investigación y podemos definirlo en un sólo interrogante: ¿Cómo entender la Semiosis? Para este autor:

El fenómeno importante para comprender el papel de la Semiosis en el funcionamiento del pensamiento y en el desarrollo de los conocimientos no es el empleo de uno u otro

tipo de signos sino la variedad de los tipos de signos que pueden ser utilizados. (2004, p. 14).

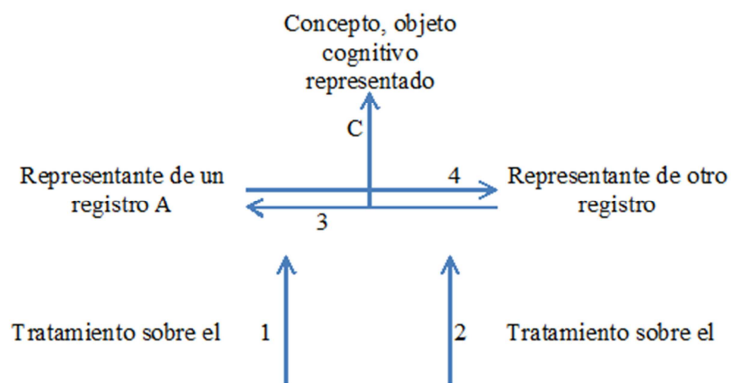
De este modo, la Semiosis promueve procesos que están inmersos en las funciones innatas del pensamiento, el desarrollo de un conocimiento y las circunstancias para establecer diferencias propias entre una representación semiótica, que va desde el representante hasta lo representado.

De allí que se consideren sistemas semióticos, que se presentan desde la diversidad de los signos que se pueden emplear hasta el papel tan indispensable que puede tomar la funcionalidad del pensamiento, evocados en la investigación y el planteamiento que hace Duval, referente a las tres actividades cognitivas propias a toda representación: él inicia con las representaciones de un registro semiótico propio, éste establece todo lo que encierra señales perceptibles e identificables, aquellas que exteriorizan o evocan un objeto desde la representación del mismo en un sistema específico, lo que significa que dicha representación debe satisfacer las reglas de concordancia, desde la comunicación y transformación de las representaciones, las cuales son denominadas **formación**. Una segunda actividad cognitiva, son las transformaciones que se pueden realizar dentro de un mismo registro, las cuales pueden ser efectuadas a partir de la formación de reglas únicas que son características del sistema, que origina el nacimiento de otras representaciones creadoras de nuevos conocimientos, o sea, no se tenían desde las representaciones iniciales; de modo que a estas se les denomina **tratamientos** de la representación y se establecen a partir de la transformación de esa representación en el mismo registro donde ha sido elaborada. Dicho de otra manera, son las transformaciones internas en un registro, por tanto, cada tratamiento realizado notifica la exploración y empleo de las reglas inherentes a cada

registro. Un ejemplo claro de ello es tomar una ecuación lineal y reducirla o simplificarla.

Y por último, la tercera actividad cognitiva planteada por Duval se trata de la transformación de una representación dada en una de un registro diferente, esta conserva parte del significado de la inicial, pero con la misma funcionalidad da apertura a otras significaciones del objeto que está siendo representado. Cuando el individuo adquiere la competencia para cambiar de un registro de representación semiótico a otro, no sólo está garantizando la producción de nuevos conocimientos, sino además, desarrolla otras significaciones relativas de lo que está representando, a esta actividad se le denomina **conversión**. Aquí podemos partir del mismo ejemplo de la ecuación, pero cuando se construye un gráfico de la misma.

Ilustración 3. Representaciones semióticas (tratamiento y conversión)

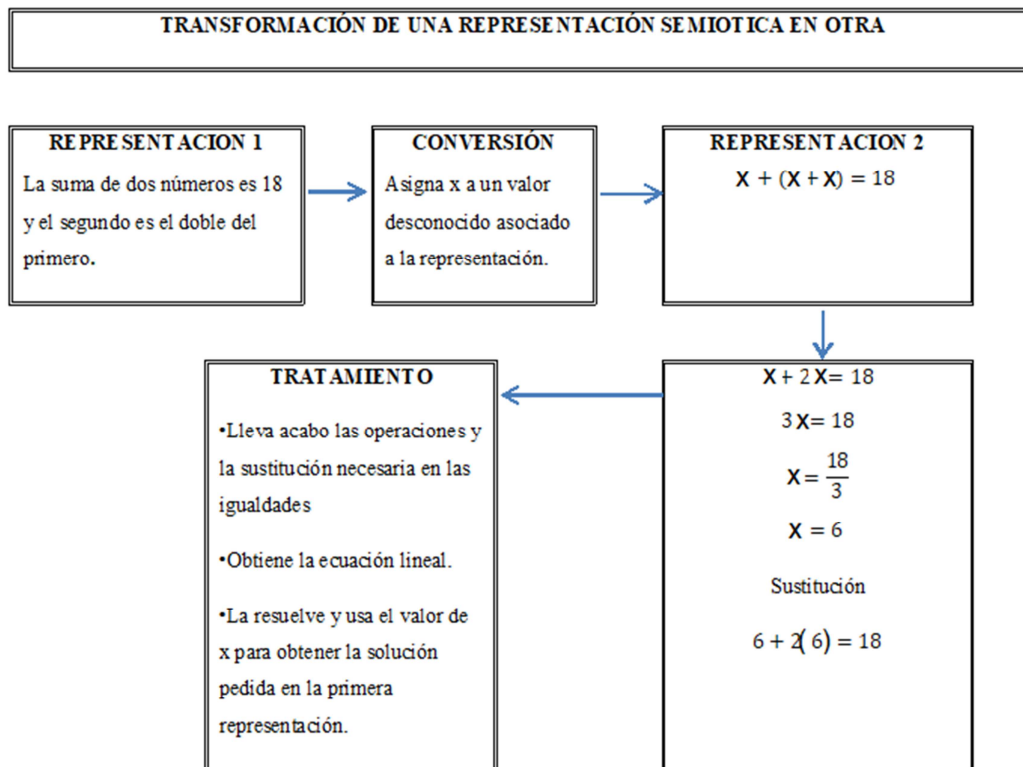


Fuente: Adaptado de Duval (2004)

“Las flechas 1 y 2 corresponden a las transformaciones internas a un registro. Las flechas 3 y 4 corresponden a las transformaciones externas, es decir, a las conversiones por cambio de registro. La flecha C supone una coordinación de dos registros” (Duval, 2004, p.68)

Dicho autor, plantea varios ejemplos en su investigación acerca del tratamiento y conversión que puede tener un registro de representación a otro; haciendo una adaptación a ellos citaremos el siguiente: la suma de dos números es 18 y el segundo es el doble del primero. ¿Cuáles son los números?

Ilustración 4. Ejemplo de tratamiento y conversión de representaciones semióticas



Fuente: Construcción propia

En efecto, Duval (2004) muestra la importancia de las actividades cognitivas de las representaciones semióticas, en especial la conversión, pues la considera la menos espontánea y de mayor dificultad para que los estudiantes puedan llegar a ella, por otro lado, la forma como el docente está abordando dentro de su metodología el objeto matemático, generando pocos mecanismos para que se logre dicha actividad cognitiva,

dado que algunos de los aspectos para que se presenten inconvenientes en la transformación de un registro a otro, es que hay una limitación desde la comprensión de un tema con una única representación aprendida, lo que significa que hay carencia de coordinación entre los registros o se desconoce alguno de los dos de representación.

En este sentido, desde la mirada de Duval, hay dos características que la conversión de registros de representación posee, se alude entonces a una primera que tiene que ver con la orientación de una representación, es decir, se debe tener un pleno conocimiento del registro de partida como del de llegada; y la segunda, respecto a la conversión entre las representaciones, las cuales pueden llegar a ser o no **congruentes**, pues estas no poseen reglas que permitan el paso de un registro a otro, es por ello que se dificulta tanto realizar dicho paso.

Es por esto que la congruencia y no congruencia entre registros de representación, implica que el paso o la conversión de una a la otra en diferentes registros sean congruentes, por tanto, el realizar una división de las unidades significantes, las cuales se definen como valores, variables visibles pertinentes, símbolos, entre otras, y su respectiva coordinación tiene como propósito el cumplimiento de tres criterios fundamentales para que se optimice dicha coordinación:

1. ***Correspondencia semántica entre unidades significantes:*** estas se caracterizan por ser propias de cada registro, así pues, cada unidad significativa del registro de partida se asocia directamente con una unidad significativa del registro de llegada.
2. ***Univocidad semántica terminal:*** su relación tiene que ver explícitamente con la correspondencia única de cada unidad significativa elemental de la representación que se encuentra en el registro de partida con una única unidad significativa elemental del registro de llegada.

3. Orden del arreglo de las unidades que componen cada representación: hace referencia a la orientación que conlleva a que las unidades en correspondencia semántica sean aprehensibles en el mismo sistema en las dos representaciones, esto sólo es pertinente cuando conservan la misma cantidad de sus dimensiones.

Es por ello que los lenguajes naturales o expresiones verbales y simbólicas, en otras palabras, los enunciados, consignas, problemas, tablas, gráficos, esquemas, imágenes, entre otros, abren toda posibilidad al cumplimiento de los criterios mencionados y además garantizan “la aprehensión o la producción de una representación semiótica y los actos cognitivos como la comprensión conceptual de un objeto” en palabras de Duval Semiosis y Noesis (Duval, 2004, p.15). En este sentido, no se encuentran desligadas y la una no es independiente de la otra, por el contrario, la relación se mantiene al cumplirse dichas acciones de representación: “no se puede suponer que el contenido representado es separado de la forma que lo representa, como si la noesis fuera independiente de la semiosis” (Duval, 2004, p.15).

Este autor, al realizar todo un estudio del desarrollo del pensamiento y las problemáticas que se generan entorno al aprendizaje de las matemáticas, devela una serie de fenómenos que fundamentan dicha teoría, los cuales dan soporte al estudio de dichas problemáticas, estos son expresados de la siguiente manera:

I. Diversificación de los registros de representación semiótica: hace alusión a la primera aproximación de variación que se presenta desde el lenguaje y la imagen, complementos de la descripción y el cuerpo representado, los cuales no forman un único registro; al igual que el lenguaje natural y el simbólico, son diferentes entre sí.

II. *Diferenciación entre representante y representado:* entendido también como la diferencia entre forma y contenido de una representación semiótica, estas se encuentran vinculadas a la comprensión de aquello que simboliza una representación, de manera que integre otras representaciones y las asocie a partir de los tratamientos aplicados sobre las mismas.

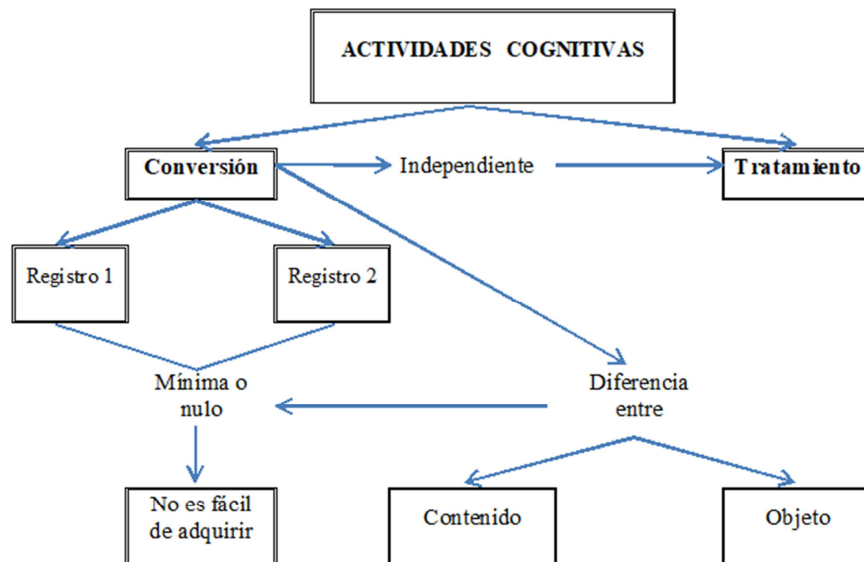
III. *Coordinación entre los diferentes registros:* alusivo no sólo al conocimiento de las reglas de correspondencia entre dos sistemas semióticos distintos, sino además, a las relaciones de congruencia que se presentan entre las diferentes representaciones asociadas a varios sistemas.

En efecto, las representaciones semióticas son la exteriorización de las representaciones mentales y se fundamentan, no sólo por los criterios de coordinación, sino también de los fenómenos mencionados, dando sentido a lo tangible, a la forma de acceder a un objeto matemático, a poder mirarlo por medio de incentivos que pueden ser líneas, puntos, señales, etc., consolidándose a su vez como unidades significantes pertinentes en cada representación semiótica. Es por ello que son consideradas manifestaciones de las representaciones mentales, las cuales por su parte posibilitan una mirada del objeto carente de significantes perceptibles, es decir, desde lo que se cree, se conceptualiza y se idealiza. Finalmente, las representaciones mentales pueden ser entendidas como todos los alcances al conocimiento que posee un individuo y que puede comunicar a su entorno.

Conforme con esta investigación, el interés se encuentra enfocado en los procesos de enseñanza de los docentes de matemáticas en el uso de las representaciones semióticas de las ecuaciones lineales, o sea, en el empleo de conversiones y tratamientos de dicho concepto matemático a partir de los diferentes registros de representación que pueden ser usados para un mismo objeto, desde la caracterización de

las metodologías usadas en los procesos de enseñanza de un concepto matemático en particular. Lo anterior desde la teoría de Duval y teniendo como eje fundamental la enseñanza facilitadora de formación, tratamiento y conversión de las representaciones semióticas.

Ilustración 5. Conversión de representaciones semióticas



Fuente: Construcción propia

Según la ilustración, vemos que la conversión de un registro de representación a otro es una transformación que conserva una parte o la totalidad del contenido de la representación inicial, esta actividad cognitiva se considera de mayor complejidad para el alcance de los estudiantes; ahora el gran interrogante es: ¿Cómo el docente logra hacerlo alcanzable?, ya que en comparación con el tratamiento de una representación, este tiene mayor acceso y es independiente de la conversión.

Las ecuaciones lineales son representadas de muchas maneras: en lenguaje natural, simbólico, gráfico cartesiano, tabular, entre otros. En este sentido, la conversión

posibilita que haya coordinación entre los registros de representación, indispensables en los procesos de enseñanza de las matemáticas, en tanto son el producto de la comprensión de los conceptos y el cimiento para la no confusión entre el contenido y el objeto matemático.

Bruno D` Amore (2006), en su investigación, enfatiza en aquellas dificultades que se relacionan a las representaciones de los objetos matemáticos, definiéndolo como “el tránsito de un concepto entre sus diversas representaciones” (p. 25), es por esto que inicialmente da un acercamiento a aquello que entendemos por concepto, fundamentado desde lo científico y antropológico, dándole importancia a la construcción del “objeto matemático del saber, es decir un sistema de praxis donde se manipulan objetos materiales que se descomponen en diferentes registros semióticos: registro oral, de las palabras o de las expresiones pronunciadas; registro gestual; dominio de las inscripciones, es decir, lo que se escribe o se dibuja (gráficas, fórmulas, cálculos,...), lo que es , el registro de la escritura” (D`Amore, 2006, p.35). Por eso define el concepto como esa construcción humana, que no depende únicamente de las mentes expertas, sino también de cada estudiante que cuenta con la capacidad cognitiva para construir sus propios conceptos matemáticos, es decir, “en la construcción de un concepto intervienen tanto el aspecto institucional (el Saber) como el aspecto personal del sujeto que accede a ese Saber” (D`Amore, 2006, p. 25).

En este sentido, su investigación marca un referente importante en cuanto al concepto dependiente de su representación o lo que él define como: “todo concepto matemático requiere de representaciones, ya que no se dispone de objetos para presentar en su lugar, por ello la construcción del concepto debe darse sobre el tránsito entre registros representativos” (D`Amore, 2006, p.30). De ahí entonces que las representaciones semióticas sean la base para acceder a los objetos matemáticos, siendo

la herramienta principal para fomentar la construcción de los conceptos matemáticos. Y dicha construcción se efectúa de manera constante en el estudiante teniendo en cuenta el significado de un concepto y la forma como se origina en él, al igual que las actividades que debe realizar el docente para fundar dicha construcción.

Según el maestro, según la noosfera y según el mismo estudiante, el estudiante está entrando en contacto con un objeto matemático pero, de hecho, y parece ser que ninguno se da cuenta, el estudiante está entrando en contacto sólo con una representación semiótica particular de ese objeto. El estudiante no tiene, no puede tener, acceso directo al objeto. (D'Amore, 2006, p. 16).

En efecto, el estudiante debe ser llevado o inducido a reconocer el objeto matemático y a diferenciarlo de su representación, de tal manera que no los confunda el uno con el otro, y que en su aprendizaje logre acceder a la representación misma del objeto, pues él sólo no puede lograrlo; es necesario y fundamental la participación del docente y las actividades que éste cree para dicha adquisición, en tanto el estudiante requiere de un mecanismo impulsado para que logre una estabilidad entre el uso, la elaboración y la comprensión de los objetos matemáticos, pues como lo plantea D'Amore: “durante el aprendizaje de las matemáticas, se introduce a los estudiantes en un mundo nuevo, tanto conceptual como simbólico, sobre todo representativo” (2006, p.17).

Desde dicha mirada, este autor toma como base las investigaciones de Chevallard (1991), Duval (2004), Godino y Batanero (1994), en torno a la adquisición conceptual de un objeto, para lo cual es imprescindible el paso del mismo por una representación semiótica, como por ejemplo, las ecuaciones lineales que son objetos matemáticos que gozan de múltiples representaciones; estas son transformaciones constituidas por el uso de signos que competen a los sistemas de representación y que en efecto son propias a sus unidades significantes.

2.2.2 Procesos de enseñanza

Partiendo del objetivo general de esta investigación y basados en el análisis de los procesos de enseñanza de los docentes de matemáticas en el uso de las representaciones semióticas de las ecuaciones lineales se considera pertinente reconocer las tendencias innovadoras en educación matemática, pues de ellas depende que el estudiante logre acceder y manipular los registros de representación de los objetos matemáticos y se logre esa conversión que tanto se ha mencionado en las categorías anteriores, aquella que no es inmediata para el estudiante y depende de las actividades que el docente emplee para la adquisición y no confusión del objeto matemático.

Partimos de los cambios que la matemática ha tenido a lo largo del tiempo, los cuales, en un sentido formal y rápido, se abordan día a día desde sus contenidos, todo ello dependiendo de que la actividad matemática nunca ha sido una tarea fácil ni de abordaje sencillo, pues su esencia intangible ha generado realidades turbulentas para el manejo de los objetos que en ella respectan.

De ahí entonces que pensemos en la otra parte fundamental que es la educación, o sea, aquella que ha de ser siempre un referente esencial de todo ser humano, incluyente a la comunidad, permitiéndole transmitir o comunicar los conocimientos adquiridos. Sin duda, esa fusión entre educación y matemática nos lleva a garantizar que toda la revolución de lo abstracto logra ser comprendida y utilizada en el medio que nos movemos. Es por ello que para Guzmán (1993):

La educación matemática se debe concebir como un proceso de inmersión en las formas propias de proceder del ambiente matemático, a la manera como el aprendiz de artista va siendo imbuido, como por ósmosis, en la forma peculiar de ver las cosas características de la escuela en la que se entronca. (p.13).

Guzmán propone una serie de pasos que se deben tener en cuenta en los procesos educativos en matemáticas, los cuales se pueden resumir en:

- 1. Apoyo continuo en el material concreto, o sea, apoyo en lo real, logrando hacer tangible lo intangible**, desde la importancia de la experiencia y manipulación de los objetos matemáticos, ya que la formalización rigurosa viene después de pasar por las experiencias iniciales.
- 2. Los procesos de pensamiento matemático deben ser el centro de la educación matemática**, debe centrarse en el saber hacer, pues prima el método sobre el contenido, dándole una mayor importancia a los procesos de pensamiento más que de contenidos, que finalmente se convierten en ideas muertas.
- 3. Debe haber una conciencia acerca de la importancia de motivar toda actividad matemática**, no se trata de quedarse sólo en el exceso de formalismo, sino de lograr que los estudiantes toquen, accedan a ese concepto desde su entorno real, sacarlo del aula y ponerlo de frente con la realidad aplicada a los objetos matemáticos.
- 4. Por último, el gran impacto de la tecnología**, aprovechamiento completo de las herramientas tecnológicas; es un reto muy grande para los sistemas educativos, pero es una innovación en la enseñanza y será un gran aporte en la comprensión de los procesos matemáticos.

Es por esto que Guzmán no concibe la educación matemática sin el paso por dichos procesos, pues de no emplearlos se corre el riesgo de que las dificultades poco a poco se incrementen y cada vez más, sea mínimo el acercamiento a la misma, por tanto las define como:

- ✓ Formalismo excesivo y saturación de contenidos.

- ✓ Falta de alfabetización matemática de la sociedad.
- ✓ Escaso tiempo dedicado a las clases de matemáticas, se evidencia la falta de organización en los proyectos educativos.
- ✓ Formación continua y pertinente a los docentes.

El mencionado autor propone así varios cambios metodológicos que iniciarían dándole herramientas a los docentes para contribuir al mejoramiento de la educación matemática, estos son:

- I. Adquisición de los procesos típicos del pensamiento matemático.
- II. El empleo de la historia de la matemática en la formación matemática.
- III. El eje central de las matemáticas, visto desde la resolución de problemas.
- IV. La modelización y aplicación en la educación matemática.
- V. Inducción del gusto por la matemática.
- VI. Importancia de la motivación y presentación.
- VII. El beneficio del juego en la enseñanza de la matemática. (Guzmán, 2015).

2.2.3 El concepto de ecuación lineal

Las primeras evidencias de la resolución de ecuaciones datan de 1700 A.C., las cuales corresponden a los egipcios y aparecen en los papiros de Rhind y de Moscú. En ello se puede identificar que los egipcios resolvían ecuaciones de la forma $ax + x = b$, en donde a y b eran cantidades conocidas y x era la incógnita que denominaban *aha* o *montón*.

Muchos de los legados que hoy tenemos en matemáticas son gracias a la información que los egipcios dejaron en los papiros, en especial de Rhind, 1950 A.C y de Moscú, 1850 A.C., en los que hay una gran variedad de problemas matemáticos con sus respectivas soluciones, la mayor parte de ellos aritméticos, muy relacionados con la

vida cotidiana y las situaciones del entorno en el cual ellos se desenvolvían y los planteamientos que hacían respecto a las necesidades del día a día en cuanto a sus riquezas y todo lo que poseían. En este sentido, muchos de estos problemas encontrados en los papiros están clasificados como algebraicos, y aunque no hacen referencia a un objeto definido, sí tienen una solución, la cual es análoga a los procedimientos usados para resolver ecuaciones lineales.

Tiempo después, el matemático indio Brah – magupta (598 – 668) encuentra la solución de ecuaciones de la forma $ax + b = cx + d$, para esto él denota con la abreviatura de la incógnita (*Matemáticas proyecto educativo Siglo XXI*, 2016).

Incógnita: una incógnita es un valor desconocido que ha de buscarse y determinarse. Estas se simbolizan con las letras finales del alfabeto: x, y, z. Es decir que cuando se tengan que manipular varias incógnitas es recomendable numerarlas: $x_1, x_2, x_3 \dots x_n$ para eliminar posibles equivocaciones.

Ecuación: una ecuación es una proposición que indica que dos expresiones son iguales. Las dos expresiones que conforman una ecuación son llamadas lados o miembros, y están separadas por el signo igual (=). Los lados o miembros, a su vez están formados por términos dependientes que son combinaciones de constantes, valores numéricos e incógnitas, y términos independientes que son sólo constantes.

Algunos ejemplos son los siguientes:

$$3x + 12 = 42$$

$$x + 1 = 37$$

$$2x^2 + 12 = 20$$

Cada ecuación contiene al menos una incógnita y esta puede ser de diferentes grados, es decir, los grados hacen referencia al exponente que lleva la incógnita, por

ejemplo $x^1, x^2, x^3, \dots, x^n$. Para el caso de nuestra propuesta, su grado es 1, por ello se define *ecuación lineal o ecuación de primer grado*.

Ecuación de primer grado: ésta se identifica porque está contenida por una sola incógnita o un sólo valor desconocido, está dada por una igualdad o precedida por un signo igual, donde su estructura se encuentra ligada a una operación, el cual arroja un resultado, y para que se cumpla esa igualdad el valor de la incógnita debe cumplir con la condición, o sea, con la operación establecida en la ecuación. Es decir que en dicha igualdad hay un número entero desconocido, representado usualmente por la letra x , llamado incógnita o variable; no elevado al cuadrado, ni al cubo, etc.

Por ejemplo:

Ilustración 6. Componentes de una ecuación lineal

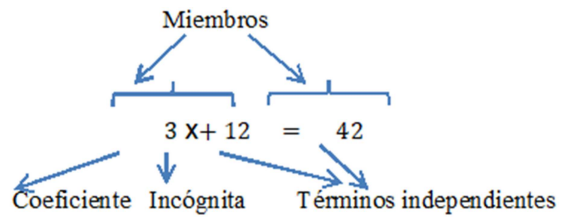
$$\underbrace{x}_{\text{Incógnita}} + \underbrace{10}_{\text{operación}} = \underbrace{16}_{\text{Resultado}}$$

Fuente: Adaptado de *Matemáticas proyecto educativo. Siglo XXI* (2016)

En una ecuación lineal es importante reconocer varios elementos que facilitan su proceso de solución:

- **Miembros:** son las expresiones que hay a cada lado de la igualdad.
- **Incógnita:** se representa con una letra, cuyo valor se desconoce.
- **Coefficientes:** son los valores numéricos con los cuales se multiplican las incógnitas.
- **Términos independientes:** expresiones solamente numéricas. Por ejemplo en la ecuación:

Ilustración 7. Ejemplo de ecuación lineal

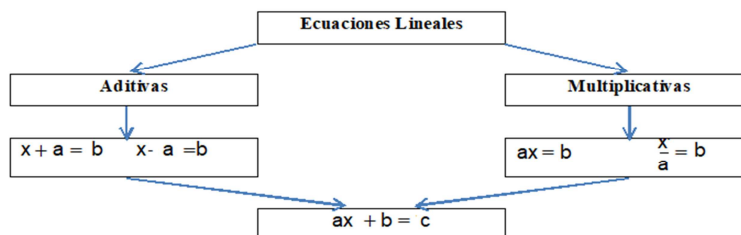


Fuente: Construcción propia

Generalmente, el propósito de toda ecuación lineal es encontrar el valor desconocido, en otras palabras, aquel que está representado por la incógnita, de tal forma que se cumpla la igualdad. Pero esto ya corresponde al proceso operativo, ya que es un proceso que corresponde a un paso a paso cuando está dada la ecuación, lo cual permite encontrar el valor que se desconoce.

Se distinguen dos tipos de ecuaciones lineales, las aditivas y las multiplicativas. En las primeras intervienen los procesos básicos u operaciones de suma y resta y en las multiplicativas, las operaciones de multiplicación y división. Además, es posible combinar los dos tipos de ecuaciones, donde el valor de la incógnita deba ser hallado mediante los dos procesos, el aditivo y el multiplicativo.

Ilustración 8. Clasificación de las ecuaciones



Fuente: Construcción propia

Para consolidar a fondo la definición de *ecuación lineal*, Swokoswski & Cole (1996), afirman que es “un enunciado de dos cantidades o expresiones son iguales” y hacen alusión al empleo que tienen siempre que se hace uso de los números reales, es decir, desde su disciplinariedad, se aplica en cualquier contexto desde la resolución de cualquier situación problema. En este orden de ideas, los autores ilustran el concepto a partir de la terminología usada para su respectiva identificación, la definición y el ejemplo:

Tabla 1. Concepto de ecuación lineal

Terminología	Definición	Ejemplo
Ecuación en x	Un enunciado o declaración de igualdad en donde interviene una variable x .	$x^2 - 5 = 4x$
Solución o raíz de una ecuación en x	Un número, a , que origina una declaración cierta cuando se introduce en lugar de x .	5 es una solución de $x^2 - 5 = 4x$, porque su introducción produce: Primer miembro: $5^2 - 5 = 25 - 5 = 20$ y Segundo miembro: $4 \cdot 5 = 20$ y $20 = 20$ es una afirmación cierta.
Un número a satisface a una ecuación en x	a es una solución de la ecuación.	5 satisface a $x^2 - 5 = 4x$
Ecuaciones equivalentes	Ecuaciones que tienen exactamente las mismas soluciones.	$2x + 1 = 7$ $2x = 7 - 1$ $2x = 6x = 3$
Resolver una ecuación en x	Determinar todas las soluciones de la ecuación.	Para resolver $(x + 3)(x + 5) = 0$, se iguala a 0 cada factor $x + 3 = 0$, $x - 5 = 0$, Obteniendo así las soluciones -3 y 5.

Fuente: Adaptado de Swokoswski & Cole (1996)

Para Swokoswski & Cole(1996) el tipo básico de una ecuación algebraica es la ecuación lineal, definiéndolo con números reales a y b :

Tabla 2. Concepto de ecuación lineal

Terminología	Definición	Ejemplo
Ecuación Lineal en x	Una ecuación que se puede escribir en la forma $ax + b = 0$, donde $a \neq 0$	$4x + 5 = 0$ $4x = -5$ $x = -\frac{5}{4}$

Fuente: Adaptado de Swokoswski & Cole (1996)

Estos autores, con esta definición de ecuación han indicado un método característico de resolver una ecuación lineal y lo estandarizan de la siguiente manera:

Si $ax + b = 0$, entonces $x = -\frac{b}{a}$ siempre y cuando $a \neq 0$. Así que una ecuación lineal tiene exactamente una solución Swokoswski & Cole (1996)

Finalmente, a groso modo es evidente que la resolución de una ecuación lineal parte fundamentalmente de la realización de una lista de ecuaciones equivalentes, cada una menos compleja, en cierto sentido, que la anterior, y se concluye con aquella que proporcionará las posibles soluciones. A esto se le atribuye el hecho de los procedimientos de simplificación, o sea, sumando y restando la misma expresión, o restándola de ambos miembros o lados, esto si es aditiva; y si es multiplicativa, multiplicando o dividiendo a ambos lados entre una expresión que represente un número real *diferente a cero*.

CAPITULO III. DISEÑO METODOLÓGICO

3.1. Tipo de estudio

Tomando en consideración que la presente investigación se ha orientado inicialmente en el análisis de los procesos de enseñanza de los docentes de matemáticas y en particular, en el uso de las representaciones semióticas de las *ecuaciones lineales*, se hace imperioso darle un enfoque cualitativo interpretativo, el cual se encuentra de cara a la teoría, tomando en un sentido propio lo que cada docente y estudiante, desde sus concepciones, pretenden expresar.

Es por ello que el propósito de esta investigación implica identificar y caracterizar las metodologías usadas por los docentes en los procesos de enseñanza de las *ecuaciones lineales*, las cuales se evidencian entre los diferentes registros de representación usados en las clases de matemáticas y el vínculo que se genera entre las representaciones del concepto y las respuestas de los docentes, corroborando lo que piensan los estudiantes.

En este orden de ideas, los resultados son el beneficio de la lectura que desde la investigación se ha realizado de frente a la teoría, a partir de las ideas de un educador, específicamente, en el área de matemáticas. De este modo, la proyección siempre ha sido la búsqueda de un análisis interpretativo y comprensivo de toda la existencia del contexto investigado.

Para Taylor & Bogdan (1996), investigar, desde un enfoque metodológico cualitativo, implica descubrir lo que hablan o dicen las personas, consiste en ir más allá de la recolección de datos:

Metodología cualitativa se refiere en su más amplio sentido a la investigación que produce datos descriptivos: las propias palabras de las personas, habladas o escritas, y la conducta observable. Como lo señala Ray Rist (1977), la metodología cualitativa, a

semejanza de la metodología cuantitativa, consiste en más que un conjunto de técnicas para recoger datos. Es un modo de encarar en un mundo empírico. (1996, p. 20).

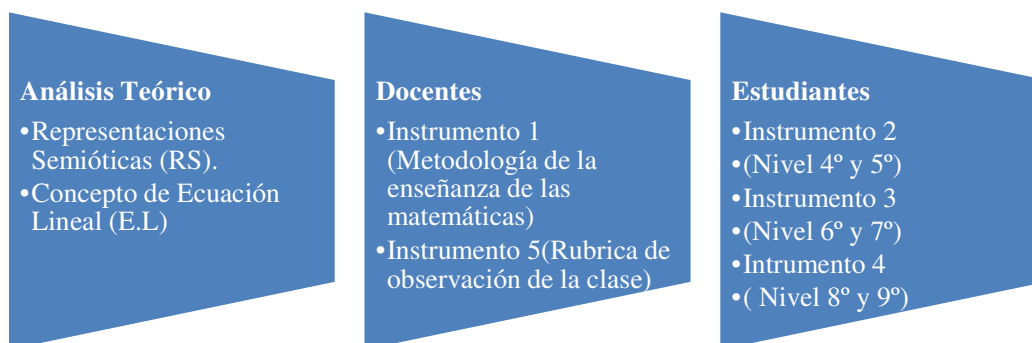
Este proceso de indagación y comprensión de las personas, el cual se experimenta desde la realidad de las mismas, es aquello que permite darle validez a la información suministrada por los instrumentos, definiendo e interpretando todo aquello que se teje dentro del contexto de un aula de clases, con el fin de dar nuevos aportes a las teorías de didáctica de las matemáticas.

3.2. Diseño de la investigación

En la investigación se proyectó un diseño enmarcado en la Teoría de las representaciones semióticas de Duval (2004), además de la teoría vinculada al concepto de *ecuación lineal* desde las representaciones de orden verbal y simbólico, partiendo de la información suministrada por los instrumentos aplicados.

Con el ánimo de darle un orden a la presente investigación se realizó un esbozo, el cual es recomendado por Taylor & Bogdan (1996) para las investigaciones cualitativas, con el fin de llegar constantemente a la teoría, en el proceso de análisis de los datos arrojados por los instrumentos.

Ilustración 9. Diseño de la investigación



Fuente: Construcción propia

3.3. Procedimiento

El desarrollo de la presente investigación se realizó en tres fases, la primera de ellas hace referencia a la revisión teórica del concepto de *ecuación lineal*, de cara a la Teoría de las representaciones semióticas de los autores Raymond Duval (2004) y Bruno D` Amore (2006).

La segunda fase hace referencia a la exploración de las metodologías usadas por los docentes del área de matemáticas en la enseñanza del concepto de *ecuación lineal*, con el fin de identificarlas y caracterizarlas para validar si se realiza un reconocimiento de las actividades cognitivas de tratamiento y conversión en un registro de representación semiótica, posterior al abordaje del concepto. (Ver anexos).

La tercera fase tiene que ver con aquello que los estudiantes piensan sobre la metodología aplicada por sus docentes del área de matemáticas, si estos cumplen con diferentes estrategias que les permitan a ellos como estudiantes reconocer el objeto matemático y no confundirlo con su representación. (Ver anexos).

3.4. Unidad de análisis

La unidad de análisis de la investigación comprende los procesos de enseñanza de los docentes del área de matemáticas, iniciando desde el ciclo 4° y 5° de educación básica primaria hasta el ciclo 8° y 9° de la básica secundaria, con el propósito de determinar el uso de las representaciones semióticas en el desarrollo del concepto de *ecuación lineal*.

3.5. Unidad de trabajo

Se conformó un grupo de participantes, docentes del área de matemáticas de la *Institución Educativa Celmira Bueno* ubicada en el municipio de Cali, departamento del Valle del Cauca. Para impacto de la investigación, el análisis se realizó a todos los docentes de dicha institución teniendo en cuenta su nivel de profesión o el área en el cual se encuentra especializado, y sobre todo, que su carga académica fuera en el área de matemáticas en los ciclos de educación 4° y 5° de básica primaria, 6°, 7°, 8° y 9° de básica secundaria. Cabe aclarar que para efectos de análisis se conformaron grupos según el nivel de profesión en el cual se encuentra cada uno de los docentes.

La selección de la *Institución Educativa Celmira Bueno* estuvo considerada por la facilidad para la aplicación de los instrumentos, pues es una institución que se encuentra con las puertas abiertas para todo tipo de investigación que proporcione aportes significativos en dicha comunidad educativa, lo cual permitió el acceso a los espacios requeridos para el desarrollo de los instrumentos.

3.6. Instrumentos y técnicas para la recolección de la información

Para recopilar la información se usaron cuestionarios escritos, los cuales se aplicaron a estudiantes de grados 4° a 9° de educación básica. Estos reciben clases

acerca de las *ecuaciones lineales* de acuerdo al ciclo en el que se encuentran, en referencia a las actividades cognitivas de tratamiento y conversión, las cuales están vinculadas a las metodologías usadas por sus docentes en la enseñanza de dicho concepto.

Además se realizó un cuestionario a los docentes del área de matemáticas de los ciclos mencionados anteriormente; este instrumento está compuesto por dos fases, la primera de ella desde el marco general de las metodologías de enseñanza de las matemáticas y la otra, desde un marco específico de las metodologías de enseñanza de un concepto en particular: *las ecuaciones lineales*.

Finalmente, se exploraron las clases de matemáticas a cargo de cada uno de los docentes de básica primaria y básica secundaria, tomando en consideración los ítems planteados en una rúbrica de observación que también hace parte de las técnicas de recolección de información usadas.

3.7. Instrumentos y técnicas para la recolección de la información

3.7.1. Encuesta realizada a docentes del área de matemática (Ver anexo 1)

Para el desarrollo de la presente investigación se aplicó una encuesta, la cual permitió observar y analizar a los profesores licenciados y profesionales especializados en otras áreas, pero que hacen parte del área de matemáticas y actualmente imparten sus conocimientos en dicha disciplina.

3.7.2. Propósito de la encuesta

Indagar sobre las convicciones que tienen los docentes de matemáticas sobre las metodologías de enseñanza que desarrollan en sus clases, vinculadas a un concepto matemático: las *ecuaciones lineales*.

3.7.3. Estructura

El instrumento aplicado a los docentes consistió en una encuesta, dividida en tres fases, de la siguiente manera:

Información general. En este primer bloque los docentes no relacionaron su nombre, pero sí su género; la profesión, junto con otros estudios realizados; el grado en el cual enseña y el tiempo que lleva en su labor docente. Esta etapa tiene el propósito de poder realizar la clasificación en grupos, de acuerdo al nivel que enseñan y la experiencia que estos tienen.

Marco general: metodologías de enseñanza de las matemáticas. En esta fase se presentaron ítems de algunas metodologías aplicadas a las clases de matemáticas, lo que lleva a los docentes a valorar sus concepciones referentes a su metodología, quehacer pedagógico y dinámicas desarrolladas, con el fin de identificar aquellas que se utilizan en el desarrollo de sus clases. El tipo de pregunta que se manejó fue de tipo cerrado, con una escala de 1 a 5, donde 1 define el valor mínimo o sin importancia y 5 el valor máximo o muy importante

Marco específico: metodologías de enseñanza de un concepto particular “las ecuaciones lineales”. En esta parte final de la encuesta, se indagó sobre las metodologías empleadas en el uso de diferentes representaciones semióticas para el concepto de *ecuación lineal*. Esta fase tiene como propósito identificar en las

metodologías empleadas por los docentes sí existe una claridad entre las diferentes representaciones semióticas que puede tener un mismo objeto matemático sin llegar a confundirlo. El tipo de pregunta que se manejó fue de opción múltiple con única respuesta y se debía marcar con una “x”.

3.7.4. Encuesta realizada a estudiantes de básica primaria y básica secundaria (Ver anexos 2, 3 y 4)

A continuación se realizará una descripción del instrumento que permitió observar y analizar a los estudiantes de cara a las actividades cognitivas de tratamiento y conversión de las representaciones semióticas, a la vez constatar si poseen las mismas convicciones que sus profesores respecto a las metodologías usadas para permitir la resolución de diferentes situaciones problema, mediante el uso de diferentes representaciones para el mismo objeto matemático.

3.7.5. Propósito de la encuesta

Indagar sobre las percepciones que los estudiantes tienen, a partir de la resolución de situaciones problema en matemáticas, aplicados al concepto de *ecuación lineal*, junto con la metodología empleada por sus profesores para lograr comprender el concepto y si estas opiniones concuerdan con la opinión de sus maestros.

3.7.6. Estructura

El instrumento aplicado a los estudiantes se basó en un cuestionario de preguntas cerradas, tomando en consideración el concepto de *ecuación lineal* de acuerdo con los estándares en el área de matemáticas, o sea, según el ciclo en el cual se encontraba el

estudiante, por tanto, se aplicó un cuestionario para 4° y 5°; 6° y 7°; 8° y 9°. El cuestionario se encuentra dividido en tres fases, de la siguiente manera:

Información general. En esta primera fase, los estudiantes relacionan el género, el nombre de la institución y el grado que cursa, ya que el propósito de dicho cuestionario es constatar si la apreciación del profesor es igual a lo percibido por sus estudiantes en las clases de matemáticas.

Marco conceptual. En esta fase se presentaron ítems referentes al concepto matemático: *ecuación lineal*, lo que lleva a los estudiantes a realizar actividades cognitivas de tratamiento y conversión en las representaciones semióticas de cada situación problema, de acuerdo al grado de escolaridad en el cual se encuentra cada estudiante.

Marco específico: metodologías de enseñanza de un concepto particular “las ecuaciones lineales”. En esta parte de la encuesta, se indagó sobre las metodologías usadas por los docentes en los procesos de enseñanza de las *ecuaciones lineales*, ya que el propósito es conocer si el estudiante reconoce dichas metodologías y finalmente logran comprender determinado concepto matemático. Asimismo, constatar lo dicho por los docentes e identificar si existe una claridad entre las diferentes representaciones semióticas que puede tener el mismo objeto matemático sin llegar a confundirlo.

3.7.7. Rúbrica de observación (Ver anexo 5)

La rúbrica de observación que se empleó como instrumento de observación de las clases de matemáticas permite ratificar la coherencia de la información suministrada por los profesores en la encuesta y la práctica que éstos desarrollan en el aula de clases.

3.7.8. Propósito de la rúbrica

Analizar los procesos de enseñanza de los docentes de matemáticas en el uso de las representaciones semióticas de las *ecuaciones lineales*.

3.7.9. Estructura

La aplicación de la rúbrica tuvo como escenario las clases que cada uno de los docentes de matemáticas desarrollaban en los grados 4° y 5° de básica primaria hasta 9° de básica secundaria, junto con observaciones específicas de lo sucedido en la clase, las cuales son detalladas al final de la rúbrica. Los momentos de esta fueron:

- Planeación y organización de la clase.
- Metodologías de enseñanza de los docentes con respecto a las representaciones semióticas empleadas.
- Relación y ambiente dentro del aula.

CAPÍTULO IV

4.1. Análisis de la información

Se realizará un compendio de las valoraciones que los docentes asignaron a cada una de las opciones planteadas en las preguntas de la encuesta, con el fin de observar por medio de la cuantificación si existen algunas tendencias. De este modo, se realizó una sistematización de las preguntas para un manejo correspondiente y así concentrar la información en las tablas. A continuación, se relacionarán cada una de las categorías tomadas en consideración para el análisis de la misma:

4.1.1. Identificación de metodologías: grupo de docentes del área de matemáticas en primaria

Tabla 3. Recopilación instrumento 1. Fase 1 de la encuesta a docentes

	Desde sus concepciones, en su metodología aplicada en el aula
f1p1	Soy consciente del valor formativo, cultural e histórico de la matemática en la sociedad actual.
fp2	Conozco y me expreso con la terminología, rigor y notación adecuada.
f1p3	Conozco diversos modelos y representaciones de los conceptos matemáticos.
f1p4	Puedo citar problemas y situaciones actuales e históricas, en las que se aplican y tienen sentido los conceptos y procedimientos matemáticos.
f1p5	Relaciono las representaciones entre los contenidos (álgebra y geometría, forma y número, etc.) utilizando y compartiendo con otros profesores las conexiones de las matemáticas con otras disciplinas.
f1p6	Conozco estrategias variadas para la resolución de problemas con distintos contenidos matemáticos.
f2p7	Tengo en cuenta las dificultades que presentan algunos contenidos matemáticos.

Fuente: Preguntas del instrumento 1 (Ver Anexo 1)

Tabla 4. Compendio estadístico de las concepciones sobre la metodología aplicada en el aula. Fase 1 del instrumento 1

GRUPO DE DOCENTES DEL ÁREA DE MATEMÁTICAS EN PRIMARIA							
Valoración	f1p1	f1p2	f1p3	f1p4	f1p5	f1p6	f1p7
1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1	1	0	1	1
4	2	3	3	2	4	3	1
5	3	2	1	2	1	1	3

Al examinar las respuestas de la fase 1 de la encuesta de los docentes licenciados en matemáticas de primaria, es posible referirse a la concepción con más inclinación a partir de lo que se tiene en cuenta en la metodología aplicada en el aula, ésta es: relacionar las representaciones entre los contenidos (álgebra y geometría, forma y número, etc.) utilizando y compartiendo con otros profesores las conexiones de las matemáticas con otras disciplinas. El 80% de los docentes seleccionaron esta opción con una puntuación de 4, donde uno es lo más alejado a lo que ellos opinan y cinco con aquella que se identifican. Desde dicho resultado podemos suponer la importancia que este grupo de docentes le está otorgando a la relación entre contenidos que se puede generar a partir de las representaciones. De igual forma, se está evidenciando la utilización de las matemáticas con otras disciplinas, lo cual toma gran importancia dentro del área de matemáticas.

Continuamos con dos concepciones con un 60% de los docentes que eligieron con una puntuación de 5 que son: “soy consciente del valor formativo, cultural e histórico de la matemática en la sociedad actual y tengo en cuenta las dificultades que

presentan algunos contenidos matemáticos, dando gran importancia al valor que tienen las matemáticas en nuestra sociedad” y que no es desconocido para ellos que dentro de sus aulas los estudiantes presentan muchas dificultades provenientes de vacíos de años anteriores.

Y finalmente, es evidente que la puntuación para las concepciones f1p2, f1p3 y f1p6 fue de 4, pero con un porcentaje del 60% de los docentes para cada una de éstas, lo cual muestra que el conocimiento de los diversos modelos y representaciones de los objetos matemáticos es insuficiente, al igual que las estrategias usadas para la resolución de problemas con distintos contenidos matemáticos, porque no es algo a lo que le otorgan mayor importancia dentro de sus clases y aunque son conscientes de la relación que debe existir entre las representaciones y los contenidos matemáticos, no lo están aplicando en su metodología.

Tabla 5. Recopilación instrumento 1. Fase 1 de la encuesta a docentes

	<i>Cuando planifico las estrategias de enseñanza que se emplearán en la clase para determinado concepto:</i>
f1p8	Tengo en cuenta las dificultades y carencias cognitivas que me puedo encontrar.
f1p9	Dispongo de estrategias, usando materiales para introducir y mostrar utilidad de los conocimientos matemáticos.
f1p10	Conozco criterios y técnicas para seleccionar y secuenciar modelos, representaciones, significados y problemas.
f1p11	Dispongo de una diversidad de tareas y actividades de enseñanza en el aula (explicación, empleo de recursos, investigaciones, etc.) y externas (olimpiadas, concursos matemáticos, etc.).
f1p12	Manejo estrategias y recursos para afrontar la diversidad de los estudiantes, evitando el uso del tablero.
f1p13	Puedo citar actividades de enseñanza y aprendizaje que favorecen el desarrollo de las competencias básicas en el estudiante.
f1p14	Dispongo de criterios para tomar decisiones al elaborar, en el departamento, la programación didáctica, aquella que salga del uso continuo del tablero.
f1p15	Conozco estrategias y técnicas de evaluación para emplearlas con intención formativa.

Fuente: Preguntas del instrumento 1 (Ver Anexo 1)

Tabla 6. Compendio estadístico de las concepciones sobre las estrategias de enseñanza que se emplearán en la clase para determinado concepto matemático. Fase 1 del instrumento 1

GRUPO DE DOCENTES DEL ÁREA DE MATEMÁTICAS EN PRIMARIA								
Valoración	f1p8	f1p9	f1p10	f1p11	f1p12	f1p13	f1p14	f1p15
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	1	1	1	1	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0
4	2	4	4	4	3	3	4	4
5	2	0	0	0	1	2	1	1

Al observar las respuestas de la tabla en este grupo de preguntas, se demuestra que un 80% de los docentes al emplear las estrategias para impartir determinado concepto matemático le da la valoración de 4 a las concepciones f1p9, f1p10, f1p11, f1p14 y f1p15, las cuales están todas relacionadas y orientadas al uso de materiales que les proporcionen diferentes formas de hacer tangible el objeto matemático, lo cual Duval (2004) plantea como una de las bases para lograr acceder a éstos. Y aunque en las preguntas anteriores se evidencia muy poca claridad en el empleo de representaciones semióticas, se puede decir de este grupo de docentes que de manera desconocida las están empleando desde el plano manipulativo y concreto de los objetos matemáticos, ya sea con el uso de recursos que favorezcan el aprendizaje en el estudiante.

De ahí entonces siguen las concepciones f1p12 y f1p13 con un 60% en la valoración de 4, indicando que hay una fuerza en el manejo de recursos en sus estrategias de enseñanza que contribuyen al desarrollo de competencias en los estudiantes evitando el uso frecuente del tablero. Finalmente, se evidencia que no hay mayor tendencia a la identificación de las dificultades y carencias cognitivas que pueden

irse encontrando en los estudiantes, pues aunque tuvo una valoración de 4 y 5, sólo fue del 40% para cada una de las mismas.

Tabla 7. Compendio estadístico de las concepciones sobre las estrategias de enseñanza que se emplearán en la clase para determinado concepto matemático. Fase 1 del instrumento 1

	<i>Quando planifico las estrategias de enseñanza que se emplearan en la clase para determinado concepto:</i>
f1p16	Otorgue la puntuación en cada ítem para definir el trabajo en el aula, respecto al trabajo en matemáticas con sus estudiantes: a) Transmisor de conocimientos organizados y secuenciados. b) Facilitador o guía del proceso de aprendizaje de sus estudiantes. c) Guía de la reflexión de los estudiantes. d) Gestor del trabajo y dinamizador de los contenidos.
f1p17	Otorgue la puntuación en cada ítem para definir las tareas que usted realiza en el aula: a) Automatización de algoritmos. b) Trabajo con materiales manipulativos. c) Trabajo cooperativo usando varias herramientas. d) Trabajo grupal fuera del aula.
f1p18	Otorgue la puntuación en cada ítem para definir los aspectos que usted tiene en cuenta cuando planifica el trabajo con un grupo de estudiantes. a) Detección conocimientos previos. b) Formalización de contenidos a tratar. c) Contextualización de los contenidos. d) Estrategias ligadas a los recursos que va a utilizar. e) Tareas propuestas de tipo lúdico. f) Evaluación de los estudiantes. g) Contribución a la adquisición de las competencias básicas implementando metodologías fuera del aula, usando material concreto.
f1p19	Otorgue la puntuación en cada ítem para definir el valor o importancia que cada situación tiene en sus clases: a) El papel de las matemáticas en el desarrollo de la humanidad a lo largo del tiempo. b) La historia de las matemáticas y su lado humano. c) El papel de las matemáticas en nuestra vida cotidiana, sacar lo abstracto al mundo real y poder explorarlo desde lo concreto. d) La integración por parte del estudiante de los nuevos conocimientos adquiridos con los que ya posee. e) La aplicación de los conocimientos adquiridos para resolver situaciones de la vida cotidiana desde diferentes representaciones.
f1p20	Otorgue la puntuación en cada ítem para definir qué situaciones considera que se evidencian en sus clases: a) Comunica la materia. b) Establece relaciones entre contenidos y evita el uso del tablero para mostrar

<p>otras formas de acceder a lo abstracto.</p> <p>c) Las tareas resultan significativas para los estudiantes.</p> <p>d) Mantiene el control de la clase.</p> <p>e) Transmite una actitud positiva hacia la materia.</p>

Fuente: Preguntas del instrumento 1 (Ver Anexo 1)

Tabla 8. Compendio estadístico de las concepciones sobre las estrategias de enseñanza que se emplearán en la clase para determinado concepto matemático. Fase 1 del instrumento 1

Otorgue la puntuación en cada ítem para definir el trabajo en el aula, respecto al trabajo en matemáticas con sus estudiantes:		4	5
		f1p16	a) Transmisor de conocimientos organizados y secuenciados.
	b) Facilitador o guía del proceso de aprendizaje de sus estudiantes.	50%	50%
	c) Guía de la reflexión de los estudiantes.	25%	75%
	d) Gestor del trabajo y dinamizador de los contenidos.	75%	25%

Fuente: Preguntas del instrumento 1 (Ver Anexo 1)

Al realizar el análisis de cada uno de los ítems propuestos para las concepciones que tienen los docentes, a partir de la planificación de las estrategias de enseñanza que se emplean en sus clases para determinado concepto, se puede evidenciar que aquellas opciones que fueron determinantes y con valoración de 5 para este grupo de docentes de primaria son: guía de reflexión para los estudiantes y el trabajo en matemáticas, siendo un transmisor de conocimientos organizados y secuenciados con un 75%, lo cual deja entrever que aunque en las clases se generan espacios donde los estudiantes logran reflexionar y a partir de ello construir conceptos matemáticos, aún el docente se encuentra arraigado al manejo de dichos conceptos de forma organizada y bajo una secuencia de pasos. Finalmente, vemos que con una valoración de 4, los docentes de primaria no dejan de lado la importancia de los espacios dinamizadores de los contenidos matemáticos, aquellos que permitirían a los estudiantes distinguir las

representaciones semióticas del objeto matemático sin llegar a confundirlo, tal como Bruno D` Amore (2004) lo puntualiza en su teoría.

Tabla 9. Compendio estadístico de las concepciones sobre las estrategias de enseñanza que se emplearán en la clase para determinado concepto matemático. Fase 1 del instrumento 1

flp17	Otorgue la puntuación en cada ítem para definir las tareas que usted realiza en el aula:		
		4	5
	a) Ejecución de algoritmos.	75%	25%
	b) Trabajo con materiales manipulativos.	75%	25%
	c) Trabajo cooperativo usando varias herramientas.	100%	
d) Trabajo grupal fuera del aula.	100%		

Fuente: Preguntas del instrumento 1 (Ver Anexo 1)

Es de resaltar que esta tabla evidencia que los docentes de primaria han dado la puntuación más alta, es decir 5, al trabajo cooperativo con el uso de varias herramientas y el trabajo grupal fuera del aula, aunque aún le dan una importancia alta (puntuación 4) a la ejecución de algoritmos, lo cual impide que los estudiantes logren superar las dificultades ante la actividad cognitiva de conversión, aquella que Duval (2004) identifica como la más compleja de adquirir por los estudiantes. Es por ello que con la automatización de algoritmos lo que se continúa potenciando es la actividad cognitiva de tratamiento que precisamente dicho autor, en su teoría, identifica como de fácil acceso para los estudiantes, debido a que es únicamente un seguimiento de pasos y reglas que finalmente el estudiante termina realizando de forma mecánica.

Tabla 10. Compendio estadístico de las concepciones sobre las estrategias de enseñanza que se emplearán en la clase para determinado concepto matemático. Fase 1 del instrumento 1

flp18	Otorgue la puntuación en cada ítem para definir los aspectos que usted tiene en cuenta cuando planifica el trabajo con un grupo de estudiantes.		
		4	5
	a) Detección conocimientos previos.	50%	50%
	b) Formalización de contenidos a tratar.	50%	50%
	c) Contextualización de los contenidos.	50%	50%
	d) Estrategias ligadas a los recursos que va a utilizar.	100%	
	e) Tareas propuestas de tipo lúdico.	100%	
	f) Evaluación de los estudiantes.	75%	25%
g) Contribución a la adquisición de las competencias básicas implementando metodologías fuera del aula, usando material concreto.	100%		

Fuente: Preguntas del instrumento 1 (Ver Anexo 1)

Respecto al análisis de esta tabla primero se debe observar que con una puntuación de 4, un 100% de este grupo de docentes otorga la mayor importancia a las tareas de tipo lúdico y la contribución a la adquisición de las competencias básicas, implementando metodologías fuera del aula con el uso de material concreto, lo cual lleva a inferir que los docentes reconocen que el implementar otro tipo de estrategias para la enseñanza de las matemáticas, potenciaría de forma significativa la comprensión, no sólo del objeto matemático, sino la no confusión del mismo con su respectiva representación.

Tabla 11. Compendio estadístico de las concepciones sobre las estrategias de enseñanza que se emplearán en la clase para determinado concepto matemático. Fase 1 del instrumento 1

f1p19	Otorgue la puntuación en cada ítem para definir el valor o importancia que cada situación tiene en sus clases:		
		4	5
	a) El papel de las matemáticas en el desarrollo de la humanidad a lo largo del tiempo.	100%	
	b) La historia de las matemáticas y su lado humano.	100%	
	c) El papel de las matemáticas en nuestra vida cotidiana, sacar lo abstracto al mundo real y poder explorarlo desde lo concreto.	75%	25%
	d) La integración por parte del estudiante de los nuevos conocimientos adquiridos con los que ya posee.	50%	50%
e) La aplicación de los conocimientos adquiridos para resolver situaciones de la vida cotidiana desde diferentes representaciones.	100%		

Fuente: Preguntas del instrumento 1 (Ver Anexo 1)

En esta tabla se puede observar que los docentes licenciados de primaria le dan mayor importancia al papel de las matemáticas en el desarrollo de la humanidad a lo largo del tiempo y al ítem acerca de la historia de la matemática y su lado humano, lo cual nos lleva a inferir que en sus prácticas pedagógicas los objetos matemáticos parten de una contextualización histórica, resultándoles pertinente para los procesos adquisitivos de un conocimiento matemático, según la tendencia aquí presentada. De igual manera, es importante mencionar que con una valoración de 4, un 100% de los docentes de este grupo concuerda en que la aplicación de los conocimientos adquiridos para resolver situaciones de la vida cotidiana desde diferentes representaciones, es una de las estrategias de enseñanza que están empleando en las clases de matemáticas; y se puede ver que según sus respuestas lo están potenciando desde el uso de material concreto, el cual les permite emplear de forma adecuada las diferentes representaciones semióticas que puede tener el mismo objeto matemático.

Tabla 12. Compendio estadístico de las concepciones sobre las estrategias de enseñanza que se emplearán en la clase para determinado concepto matemático. Fase 1 del instrumento 1

f1p20	Otorgue la puntuación en cada ítem para definir qué situaciones considera que se evidencian en sus clases:		
		4	5
	a) Comunica la materia.	75%	25%
	b) Establece relaciones entre contenidos y evita el uso del tablero para mostrar otras formas de acceder a lo abstracto.	75%	25%
	c) Las tareas resultan significativas para los estudiantes.		100%
	d) Mantiene el control de la clase.		100%
e) Transmite una actitud positiva hacia la materia.		100%	

Fuente: Preguntas del instrumento 1 (Ver Anexo 1)

En esta tabla se puede ver que entre las concepciones respecto a las situaciones mencionadas, las de mayor valoración en un 100% de este grupo son los tres últimos ítems: las tareas resultan significativas para los estudiantes, mantener el control en la clase y transmisor de actitudes positivas hacia la materia; estas son situaciones que desde el punto de vista del docente pueden emplear dentro de sus estrategias de enseñanza para que los conocimientos matemáticos sean adquiridos satisfactoriamente por los estudiantes, lo cual lleva a comprender las metodologías que está usando el grupo de docentes en los procesos de enseñanza de un determinado concepto matemático. Además no podemos dejar de lado que un 75% de este grupo le otorga una valoración de 4, la cual es alta, al hecho de instaurar relaciones entre contenidos, evitando el uso del tablero para mostrar otras formas de acceder a lo abstracto, lo que permite comprender que los docentes no desconocen que hay diferentes formas para acceder a los objetos matemáticos, encontrándose aquí, implícitas, las representaciones semióticas, aquellas que en una gran medida, empleadas en la enseñanza de un concepto

matemático, permitirían superar las dificultades que los estudiantes presentan en sus clases en el momento en que tienen que realizar una actividad cognitiva de conversión.

4.1.2. Identificación de metodologías: grupo de docentes del área de matemáticas en bachillerato

En esta parte de los análisis no aparecerá la nomenclatura correspondiente a cada pregunta; en caso de ser necesario para el lector, se recomienda ubicarse en el anexo 1: nomenclatura de preguntas para los análisis.

Tabla 13. Compendio estadístico de las concepciones sobre la metodología aplicada en el aula. Fase 1 del instrumento 1

GRUPO DE DOCENTES DEL ÁREA DE MATEMÁTICAS EN BACHILLERATO							
Valoración	f1p1	f1p2	f1p3	f1p4	f1p5	f1p6	f1p7
1	0	0	1	0	0	0	0
2	0	0	2	0	0	0	0
3	0	0	3	0	5	5	0
4	1	1	0	2	1	0	3
5	5	5	0	4	0	1	3

Para este grupo de docentes de bachillerato, a diferencia del grupo de docentes de primaria, existe una brecha muy amplia entre el empleo de diversos modelos y representaciones de los conceptos matemáticos, puesto que los tres ítems f1p3, f1p5 y f1p6 están relacionados referente a este aspecto y obtienen una valoración de 3 en un 83% de ellos, lo cual se puede considerar deficiente respecto a la escala. De igual forma, al ser analizado, se muestra como un indicador del poco manejo o relación de las

representaciones entre los diferentes contenidos matemáticos, además de que se puede inferir que existe una carencia ante la aplicación de diferentes estrategias que le permitan al estudiante hacer una distinción entre los objetos matemáticos y las representaciones del mismo. Finalmente, se observa que los dos ítems con mayor relevancia dentro de lo que ellos opinan como importante dentro de su metodología aplicada es el valor formativo, cultural e histórico de las matemáticas, al igual que expresarse en sus clases con la terminología, rigor y notación adecuada, otorgándole el valor más alto y en un ponderado del 83% de ellos.

Tabla 14. Compendio estadístico de las concepciones sobre la metodología aplicada en el aula. Fase 1 del instrumento 1

GRUPO DE DOCENTES DEL ÁREA DE MATEMÁTICAS EN BACHILLERATO								
Valoración	f1p8	f1p9	f1p10	f1p11	f1p12	f1p13	f1p14	f1p15
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	4	0	1	4	0	2	0
3	0	2	5	5	2	0	4	0
4	4	0	1	0	0	5	0	5
5	2	0	0	0	0	1	0	1

En esta tabla se puede observar que el grupo de docentes de bachillerato continúa incidiendo en la poca importancia que le otorgan dentro de su metodología a la diversidad de tareas y actividades de enseñanza en el aula, tales como el empleo de recursos, la elaboración de actividades didácticas, entre otras técnicas que le permitan hacer tangibles los objetos matemáticos, valiéndose obviamente de sus representaciones, es por ello que se evidencia una valoración deficiente de los componentes relacionados al respecto. Tanto así, que el ponderado promedio es del 83%

de ellos, dejando a la luz el manejo que la educación colombiana le está dando a la contratación de algunos docentes que no son licenciados, sino con otras especialidades, aquellos que están enseñando varias asignaturas, lo que conlleva a un manejo únicamente conceptual, especialmente en las matemáticas, pues el hecho de que no se esté llevando a los estudiantes a reconocer las diferentes representaciones de un objeto matemático, hace que las actividades de aprendizaje no sean aptas para el desarrollo de habilidades propias de esta disciplina, además del fortalecimiento de las actividades cognitivas de tratamiento y conversión, sobre todo de esta última. Y seguramente están más preocupados por cumplir con una malla curricular que con los otros componentes que son fundamentales para el aprendizaje en matemáticas.

Aunque también se puede rescatar que le dan alto valor de importancia con un ponderado promedio de 66% a las dificultades y carencias cognitivas que se pueden encontrar en los estudiantes, y en un 83% reconocen que el horizonte apropiado se basa, no sólo en generar actividades de enseñanza y aprendizaje que favorezcan el desarrollo de las competencias básicas en el estudiante, sino además, en estrategias de evaluación para emplearlas con intención formativa.

Tabla 15. Compendio estadístico de las concepciones sobre las estrategias de enseñanza que se emplearán en la clase para determinado concepto matemático. Fase 1 del instrumento 1

Otorgue la puntuación en cada ítem para definir el trabajo en el aula, respecto al trabajo en matemáticas con sus estudiantes:						
		1	2	3	4	5
flp16	a) Transmisor de conocimientos organizados y secuenciados.				14,29%	85,71%
	b) Facilitador o guía del proceso de aprendizaje de sus estudiantes.			28,57%	14,29%	57,14%
	c) Guía de la reflexión de los estudiantes.				28,57%	71,43%
	d) Gestor del trabajo y dinamizador de los contenidos.		14,29	85,71		

Fuente: Preguntas del instrumento 1 (Ver Anexo 1)

El 85,71% de los docentes de bachillerato le otorgaron una valoración alta al ítem: Transmisor de conocimientos organizados y secuenciados, de lo cual se puede inferir que con un porcentaje mayor al grupo de docentes de primaria, estos se encuentran más ligados a la parte secuencial o al orden de los conceptos, lo que implica que no hay un entrelazamiento entre objetos matemáticos y sus correspondientes representaciones, ocasionando al estudiante la dificultad para distinguir y relacionar las diferentes representaciones: verbal, simbólica y gráfica de dichos objetos. Y aunque reconocen en su metodología que son facilitadores y guías del proceso de aprendizaje de los estudiantes, otorgando la mayor valoración en un ponderado promedio de 57,14 y 71,43 a estos ítems, es imposible dejar de visualizar la valoración media que le otorgan al ítem gestor y dinamizador de los contenidos, con un ponderado promedio de 85,71. Esto lleva a indagar sobre el manejo que se le está dando al hecho de impartir un conocimiento matemático, ya que no sólo se trata de ello, sino de establecer lazos muy particulares con los estudiantes, los cuales deben generar procesos de aprendizaje enfocados en el empleo de estrategias que permitan darle un valor fuerte a las diferentes representaciones que puede tomar un mismo objeto matemático.

Tabla 16. Compendio estadístico de las concepciones sobre las estrategias de enseñanza que se emplearán en la clase para determinado concepto matemático. Fase 1 del instrumento 1

Otorgue la puntuación en cada ítem para definir las tareas que usted realiza en el aula:						
		1	2	3	4	5
f1p17	a) Ejecución de algoritmos.				42,86	57,14
	b) Trabajo con materiales manipulativos.		57,14	42,86		
	c) Trabajo cooperativo usando varias herramientas.		28,57	57,14	14,29	
	d) Trabajo grupal fuera del aula.		85,71	14,29		

Fuente: Preguntas del instrumento 1 (Ver Anexo 1)

En esta tabla se puede visualizar una mayor tendencia o valoraciones altas en el ítem *ejecución de algoritmos*, que comparado con el grupo de docentes de primaria no es mucha la diferencia, en términos de porcentajes, por lo que se puede observar que está muy marcado (en ambos grupos) dentro de sus metodologías el seguimiento del paso a paso, lo cual se traduce en palabras de Duval (2004) a únicamente la estimulación de la actividad cognitiva de tratamiento, lo que quiere decir que en una actividad matemática los estudiantes sólo siguen una serie de reglas ya establecidas que permiten resolver cierto ejercicio presentado en un sólo registro de representación y que poco a poco se convierte en una práctica netamente mecánica. Asimismo, se puede ver que en el grupo de bachillerato no se evidencia (como sí sucede en el grupo de docentes de primaria) el trabajo fuera del aula, usando varias herramientas y materiales manipulativos, pues queda al descubierto las valoraciones medias y bajas que le otorgan a los ítems ligados a los aspectos mencionados. De ahí entonces que los ponderados promedio se encuentren en la escala de 2 a 3 y con porcentajes de 57,14% y 85,71%, lo cual evidencia la poca inclusión de otras estrategias en sus metodologías que le puedan proporcionar a los estudiantes elementos para realizar las diferentes representaciones de los objetos matemáticos.

Tabla 17. Compendio estadístico de las concepciones sobre las estrategias de enseñanza que se emplearán en la clase para determinado concepto matemático. Fase 1 del instrumento 1

Otorgue la puntuación en cada ítem para definir los aspectos que usted tiene en cuenta cuando planifica el trabajo con un grupo de estudiantes.						
		1	2	3	4	5
f1p18	a) Detección conocimientos previos.			28,57	28,57	42,86
	b) Formalización de contenidos a tratar.				57,14	42,86
	c) Contextualización de los contenidos.				14,29	85,71
	d) Estrategias amarradas a los recursos que va a utilizar.		71,43	28,57		
	e) Tareas propuestas de tipo lúdico.		28,57	71,43		

f) Evaluación de los estudiantes				42,86	57,14
g) Contribución a la adquisición de las competencias básicas implementando metodologías fuera del aula, usando material concreto.	85,71	14,29			

Fuente: Preguntas del instrumento 1 (Ver Anexo 1)

Aunque no se puede desconocer en el grupo de docentes de bachillerato que hay un gran interés por detectar los conocimientos previos de los estudiantes (42,86%), además de realizar la respectiva formalización de los mismos (57,14%) y llevarlos a un contexto para ser evaluados (85,71 y 57,14), se puede observar que en los resultados de los literales d, e y g, los cuales están relacionados estrechamente al uso de otras propuestas en las clases o material concreto que permitan volver tangibles los objetos matemáticos, como Bruno D'Amore (2006) lo manifiesta en su teoría, sí hace un énfasis en todo aquello que le permita al estudiante acceder a dichos objetos, comprendiendo el sentido de los objetos matemáticos y la relación de sus representaciones semióticas, las cuales pueden ser varias para uno solo de ellos, siendo éste un paso significativo para lograr la actividad cognitiva de mayor complejidad entre las representaciones semióticas, llamada conversión.

Tabla 18. Compendio estadístico de las concepciones sobre las estrategias de enseñanza que se emplearán en la clase para determinado concepto matemático. Fase 1 del instrumento 1

f1p19	Otorgue la puntuación en cada ítem para definir el valor o importancia que cada situación tiene en sus clases:					
		1	2	3	4	5
	a) El papel de las matemáticas en el desarrollo de la humanidad a lo largo del tiempo.	14,29			42,86	42,86
	b) La historia de las matemáticas y su lado humano.	14,29	28,57	57,14		
	c) El papel de las matemáticas en nuestra vida cotidiana, sacar lo abstracto al mundo real y poder explorarlo desde lo concreto.		42,86	14,29	42,86	
d) La integración por parte del estudiante de los nuevos conocimientos adquiridos con los que ya posee.			14,29	42,86	42,86	

e) La aplicación de los conocimientos adquiridos para resolver situaciones de la vida cotidiana desde diferentes representaciones.	28,57	57,14	14,29
--	-------	-------	-------

Fuente: Preguntas del instrumento 1 (Ver Anexo 1)

En esta tabla, correspondiente al ítem f1p19, al realizar una comparación con las respuestas del grupo de docentes de primaria, la tendencia se mantiene por la misma línea en algunos aspectos, ya que en su metodología, los docentes otorgan la mayor importancia al papel de las matemáticas en el desarrollo de la humanidad a lo largo del tiempo, con una valoración de 5 en un ponderado promedio de 42,86% de ellos, además del reconocimiento de integrar nuevos conocimientos a partir de los que ya poseen los estudiantes con una valoración de 4 y 5 con la misma ponderación, 42,86%. Sin embargo, se puede observar que hay un contraste con las preguntas anteriormente analizadas, pues aunque en la actualidad están identificando que en una actividad matemática se debe sacar lo abstracto al mundo real, junto con el uso de diferentes representaciones a partir de la solución de situaciones de la vida cotidiana, no es un componente con mayor importancia en las preguntas anteriores, pues han puesto más su foco en el seguimiento de pasos, la parte de algoritmos y la formalidad conceptual de la disciplina que en hacerla tangible.

Tabla 19. Compendio estadístico de las concepciones sobre las estrategias de enseñanza que se emplearán en la clase para determinado concepto matemático. Fase 1 del instrumento 1

Otorgue la puntuación en cada ítem para definir qué situaciones considera que se evidencian en sus clases:						
	1	2	3	4	5	
f1p20			14,29	57,14	28,57	
a) Comunica la materia.			14,29	57,14	28,57	
b) Establece relaciones entre contenidos y evita el uso del tablero para mostrar otras formas de acceder a lo abstracto.		57,14	28,57	14,29		
c) Las tareas resultan significativas para los estudiantes.		14,29	14,29	28,57	42,86	
d) Mantiene el control de la clase.				28,57	71,43	

e) Transmite una actitud positiva hacia la materia.				14,29	85,71
---	--	--	--	-------	-------

Fuente: Preguntas del instrumento 1 (Ver Anexo 1)

Y finalmente, para hacer el cierre de esta fase con el grupo de docentes de bachillerato, una vez más los porcentajes son indicadores de la poca importancia que le otorgan los docentes al uso de otros espacios y materiales diferentes al tablero, la valoración 2 con ponderación promedio de 57,14% en el literal que resalta las relaciones entre contenidos desde el empleo de otras formas para acceder a lo abstracto, es una muestra de las metodologías tradicionales y repetitivas en el aula de este grupo de docentes, pues a diferencia de los docentes de primaria sí se identifica una mayor escogencia y tendencia a aquellos componentes que apuntan a otras estrategias que permiten hacer visibles los objetos matemáticos llevándolos al plano real, proporcionándole a los estudiantes la distinción entre la representación y el objeto mismo.

4.1.3. Caracterización de las metodologías de enseñanza de un concepto en particular: las ecuaciones lineales. Docentes primaria vs docentes bachillerato

Tabla 20. Recopilación instrumento 1. Fase 2 de la encuesta a docentes

f2p1	¿Cree usted que durante las clases los estudiantes logran comprender de sus explicaciones el concepto matemático: ecuaciones lineales? a) SÍ. b) NO. c) Algunas veces.
f2p2	Al iniciar una clase de matemáticas con los grupos a su cargo, ¿Qué estrategias emplea para identificar el nivel de conocimiento de sus estudiantes? a) Identificar previamente los conceptos centrales que van a aprender los estudiantes. b) Tener presente qué es lo que se espera que aprendan y guiar secuencialmente cada uno de los conceptos. c) Explorar los conocimientos previos pertinentes de los alumnos, por medio de juegos, videos, material concreto, entre otros, para decidirse por activarlos (cuando existan evidencias) o por generarlos (cuando los estudiantes poseen escasos conocimientos previos o que no los tienen).

f2p3	¿Hace usted explícito todos los razonamientos y procedimientos que considera necesarios para que los estudiantes comprendan cuando resuelve ecuaciones lineales frente a ellos? a) SÍ. b) NO. c) Algunas veces.						
f2p4	¿Se arriesga usted a resolver ecuaciones lineales sin previa preparación delante de sus estudiantes? a) SÍ. b) NO. c) Algunas veces.						
f2p5	¿Realiza usted una diferencia entre las diferentes representaciones que puede tener una ecuación lineal, es decir, la representación verbal, representación simbólica y gráfica? a) SÍ. b) NO. c) Algunas veces.						
f2p6	<p>Seleccione de qué forma establece la diferencia entre las tres representaciones anteriores.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>REPRESENTACIÓN VERBAL</th> <th>REPRESENTACIÓN SIMBÓLICA</th> <th>REPRESENTACIÓN GRÁFICA</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a) Lectura de un cuento. b) Realización de un dramatizado. c) Juego de palabras. d) Ninguna de las anteriores.</td> <td>a) Asignando colores a la incógnita. b) Dibujando y recortando objetos para los coeficientes e incógnitas. c) Uso de material lúdico. d) Ninguna de las anteriores.</td> <td>a) Planos elaborados en material concreto. b) Papel plegado para definir formas. c) Uso de material lúdico. d) Ninguna de las anteriores.</td> </tr> </tbody> </table>	REPRESENTACIÓN VERBAL	REPRESENTACIÓN SIMBÓLICA	REPRESENTACIÓN GRÁFICA	a) Lectura de un cuento. b) Realización de un dramatizado. c) Juego de palabras. d) Ninguna de las anteriores.	a) Asignando colores a la incógnita. b) Dibujando y recortando objetos para los coeficientes e incógnitas. c) Uso de material lúdico. d) Ninguna de las anteriores.	a) Planos elaborados en material concreto. b) Papel plegado para definir formas. c) Uso de material lúdico. d) Ninguna de las anteriores.
REPRESENTACIÓN VERBAL	REPRESENTACIÓN SIMBÓLICA	REPRESENTACIÓN GRÁFICA					
a) Lectura de un cuento. b) Realización de un dramatizado. c) Juego de palabras. d) Ninguna de las anteriores.	a) Asignando colores a la incógnita. b) Dibujando y recortando objetos para los coeficientes e incógnitas. c) Uso de material lúdico. d) Ninguna de las anteriores.	a) Planos elaborados en material concreto. b) Papel plegado para definir formas. c) Uso de material lúdico. d) Ninguna de las anteriores.					
f2p7	¿Cree usted que solucionando ecuaciones lineales usando estas tres representaciones se aprende matemática? a) SÍ. b) NO. c) Algunas veces.						

Fuente: Preguntas del instrumento 1 (Ver Anexo 1)

Tabla 21. Compendio estadístico de caracterización de las metodologías de enseñanza de un concepto particular “las ecuaciones lineales”. Docentes primaria vs docentes bachillerato. Fase 2 del instrumento 1

f2p1	Porcentaje respuesta	
	Bachillerato	Primaria
Si	57,14%	100%
Algunas veces	42,86%	

Fuente: Preguntas del instrumento 1 (Ver Anexo 1)

Al observar la tendencia que se muestra en esta tabla, el 100% de los docentes de primaria concuerdan en que el concepto *ecuaciones lineales* es comprendido durante sus explicaciones, teniendo en cuenta que según los estándares básicos de calidad en estos niveles de básica primaria se introduce el concepto como el cálculo de valores desconocidos, mediante situaciones problema que le permitan a los estudiantes hallar el valor de la incógnita. Mientras que en los niveles de básica secundaria ya hay un formalismo de la incógnita, expresándola como una letra, variable o valor funcional, haciendo uso de propiedades de uniformidad para poder hallar su solución, y desde este aspecto vemos que hay una tendencia de 42,86% de los docentes de bachillerato que reconocen en algunas ocasiones, la poca comprensión del concepto, lo cual es un indicador de los procesos metodológicos que están implementando en sus clases, lo que no les está permitiendo a sus estudiantes el reconocimiento de las unidades significantes de una representación semiótica a otra y por ello la comprensión no se logra de la manera esperada por el docente.

Tabla 22. Compendio estadístico de caracterización de las metodologías de enseñanza de un concepto particular “las ecuaciones lineales”. Docentes primaria vs docentes bachillerato. Fase 2 del instrumento 1

f2p2	Porcentaje respuesta	
	Bachillerato	Primaria
Tener presente qué es lo que se espera que aprendan y guiar secuencialmente cada uno de los conceptos.	57,14%	
Explorar los conocimientos previos pertinentes de los alumnos, por medio de juegos, videos, material concreto, entre otros, para decidirse por activarlos (cuando existan evidencias) o por generarlos (cuando los estudiantes poseen escasos conocimientos previos o que no los tienen).	42,86%	100%

Fuente: Preguntas del instrumento 1 (Ver Anexo 1)

Para este ítem f2p2, se observa que hay una inclinación por dos de las opciones de respuestas, las cuales dejan mucho más a la luz las metodologías de enseñanza que cada uno de los grupos de docentes, tanto de primaria como de bachillerato, están empleando dentro de sus clases, pues haciendo un comparativo desde las repuestas que se dieron en la fase 1 de este mismo instrumento, la importancia que el grupo de docentes de bachillerato le otorga al trabajo por medio de otro tipo de herramientas y materiales diferentes al tablero no es el del 100% como sí sucede en el grupo de primaria. Y aunque se debe valorar el 42,86% que sí lo toma en consideración, siendo de gran importancia dentro de su metodología, no podemos desconocer que hay más de la mitad de ellos, es decir un 57,14% que están más centrados en guiar secuencialmente cada uno de los conceptos que en mostrar las diferentes representaciones del mismo objeto matemático, puesto que ello contribuiría a una mayor comprensión del mismo, con el propósito de fortalecer no únicamente la actividad cognitiva de tratamiento, sino la actividad cognitiva de conversión.

Tabla 23. Compendio estadístico de caracterización de las metodologías de enseñanza de un concepto particular “las ecuaciones lineales”. Docentes primaria vs docentes bachillerato. Fase 2 del instrumento 1

f2p3	Porcentaje respuesta	
	Bachillerato	Primaria
Sí	100%	100%

Fuente: Preguntas del instrumento 1 (Ver Anexo 1)

Esta tabla muestra que dentro de las estrategias de enseñanza usadas por los dos grupos de docentes, tanto de primaria como de bachillerato, la tendencia por hacer explícito todos los razonamientos y procedimientos para que los estudiantes comprendan un concepto matemático como lo son las *ecuaciones lineales*, es muy relevante para ellos. Y un 100% concuerda en que una de sus mayores prioridades dentro de dichas estrategias es lograr hacer evidente todos y cada uno de los medios

para que los estudiantes logren comprender dicho concepto. Es de anotar que la tabla muestra la elección de una opción que se puede priorizar dentro de las diferentes estrategias que los docentes pueden usar, pero se puede inferir que es preciso reconocer cuáles de éstas logran que el aprendizaje en los estudiantes sea significativo y proporcionen los elementos básicos para realizar una diferencia entre la representación semiótica y el objeto matemático representado.

Tabla 24. Compendio estadístico de caracterización de las metodologías de enseñanza de un concepto particular “las ecuaciones lineales”. Docentes primaria vs docentes bachillerato. Fase 2 del instrumento 1

f2p4	Porcentaje respuesta	
	Bachillerato	Primaria
Sí	71,43%	
No		100%
Algunas veces	28,57%	

Fuente: Preguntas del instrumento 1 (Ver Anexo 1)

Esta tabla da una validez importante a la caracterización de las metodologías de enseñanza usadas por los docentes de los dos grupos, pues se puede inferir respecto a los porcentajes obtenidos que es evidente la planificación de estrategias para introducir un concepto matemático dentro de cada una de sus clases. Es así como es de resaltar que un 100% de los docentes de primaria no resuelven ecuaciones lineales frente a sus estudiantes sin previa preparación y dicha planificación incluye el uso de materiales, juegos, herramientas, entre otros, para hacer visibles a los estudiantes las diferentes formas en que se puede representar un objeto matemático, posibilitándoles la conversión o el paso de una a otra, reconociendo las unidades significantes (como lo manifiesta Duval en su teoría) de cada una de estas representaciones. Además de que su actividad cognitiva estaría más estimulada a la solución de la ecuación, no por un seguimiento de

pasos, sino por el entrelazamiento que lograría hacer de dichas unidades hasta llegar a su respectiva conversión.

Tabla 25. Compendio estadístico de caracterización de las metodologías de enseñanza de un concepto particular “las ecuaciones lineales”. Docentes primaria vs docentes bachillerato. Fase 2 del instrumento 1

f2p5	Porcentaje respuesta	
	Bachillerato	Primaria
Sí	28,57%	75%
No		
Algunas veces	71,43%	25%

Fuente: Preguntas del instrumento 1 (Ver Anexo 1)

Duval (2004) hace referencia a dos caminos fundamentales para el aprendizaje en una actividad matemática, uno de ellos es sobre el aprendizaje de los objetos matemáticos, el cual no puede ser más que un aprendizaje conceptual y el otro hace alusión a que únicamente por medio de las representaciones semióticas existe la posibilidad de una actividad sobre los objetos matemáticos. Es por ello que desde esta reflexión se puede ver que en el grupo de docentes de primaria se están priorizando en un 75% las diferencias que se pueden establecer dentro de sus estrategias respecto a las distintas representaciones que puede tener una ecuación lineal, a partir de las verbales, simbólicas y gráficas. Mientras que el grupo de docentes de bachillerato no encuentra de mayor relevancia realizar esta distinción entre las diferentes representaciones que puede tomar una ecuación lineal, pues un 71,43% de ellos sólo lo reconoce para algunas ocasiones, dejando de lado todo aquello que desde la teoría de Duval (2004) se reconoce como el acceso a los objetos matemáticos, dado que no se logra dicho acceso sino es a través de las representaciones que nosotros mismos nos hacemos de ellos y desde la correspondencia de las unidades significantes de una representación a otra.

Tabla 26. Compendio estadístico de caracterización de las metodologías de enseñanza de un concepto particular “las ecuaciones lineales”. Docentes primaria y docentes bachillerato. Fase 2 del instrumento 1

f2p6	Porcentaje respuesta	
	Bachillerato	Primaria
Representación verbal		
Lectura cuento		25%
Realizar dramatizado		25%
Juego palabras		50%
Ninguna anteriores	100%	
Representación simbólica		
Asignando colores	23,57%	25%
Dibujando	42,86%	50%
Material lúdico	14,29%	25%
Ninguna anteriores	18,28%	
Representación gráfica		
Planos elaborados	14,29%	50%
Papel plegado		25%
Material lúdico		25%
Ninguna anteriores	85,71%	

Fuente: Preguntas del instrumento 1 (Ver Anexo 1)

En esta tabla se puede observar, específicamente, dentro de las metodologías empleadas por los docentes de cada grupo, algunos ejemplos de recursos que se plantearon para hacer visible a los estudiantes las diferentes representaciones semióticas de un objeto matemático, pues al hacer inferencias respecto a la importancia que le otorga cada grupo a varias de las opciones planteadas, es decir en términos de prioridad hacia el uso de otro tipo de material o herramientas que les permitan sacar al mundo real algo que no es tangible para los seres humanos, se evidencia que los porcentajes del grupo de docentes de primaria, en la representación verbal, se encuentran parcializados entre las opciones que ofrecen el uso de un recurso a partir de dicha representación, retomando ya sea un cuento, 25%, un dramatizado, 25% y un juego de palabras, 50%. Mientras que con un ponderado promedio del 100%, el grupo de docentes de bachillerato no emplea ninguna de las anteriores, lo cual permite entender que no están

contemplando dentro de su metodología este tipo de material, siendo poco relevante para el desarrollo de sus clases, asumiéndolo con poca importancia.

En cuanto a la representación simbólica es de notar que el panorama cambia, es una representación que sí toma importancia dentro del grupo de docentes de bachillerato, aunque continúa presentándose ya en un menor porcentaje, 14,29% la escogencia de ninguna de las opciones planteadas. Sin embargo, se evidencia que para dicha representación, el dibujar y asignar colores son recursos empleados dentro de sus metodologías, aunque con porcentajes mínimos en comparación con el grupo de docentes de primaria. Lo anterior se permite considerar que para ellos no es indiferente el uso de dichos recursos en esta representación específica, demostrando así el fortalecimiento, además de que se está potenciando el empleo de los mismos para el acceso al objeto matemático, siendo puntuales en que únicamente se quedan en la representación simbólica, porque en los porcentajes obtenidos para las opciones planteadas en la representación gráfica, muestran algo similar a lo analizado en la representación verbal, pues con un ponderado promedio de 14,29% eligen los planos elaborados para darle vida a las ecuaciones lineales. Esto es muy poco, comparado con el grupo de docentes de primaria, ya que le otorgan un 50% a este recurso y no omiten las demás opciones, pero en bachillerato la brecha es tan evidente que en un 85,71% no se tienen en cuenta los otros recursos que le permitirían poner en un plano real algo que es intangible, quedando entonces una vez más confirmado que este grupo se está concentrando en una sola representación semiótica la cual es simbólica y terminan únicamente potenciando la actividad cognitiva de tratamiento. Mientras que el grupo de primaria, al usar todos estos recursos y visibilizar unidades significantes en cada registro de representación, como Duval (2004) lo manifiesta en su teoría, son más cercanos a que los estudiantes no confundan el objeto con su representación, y la

actividad cognitiva de conversión sea alcanzada por ellos, es decir, ese paso de una representación a otra, que es tan compleja en el aprendizaje del concepto de ecuación lineal se puede decir que es más significativo en la básica primaria que en el bachillerato.

Tabla 27. Compendio estadístico de caracterización de las metodologías de enseñanza de un concepto particular “las ecuaciones lineales”. Docentes primaria vs docentes bachillerato. Fase 2 del instrumento 1

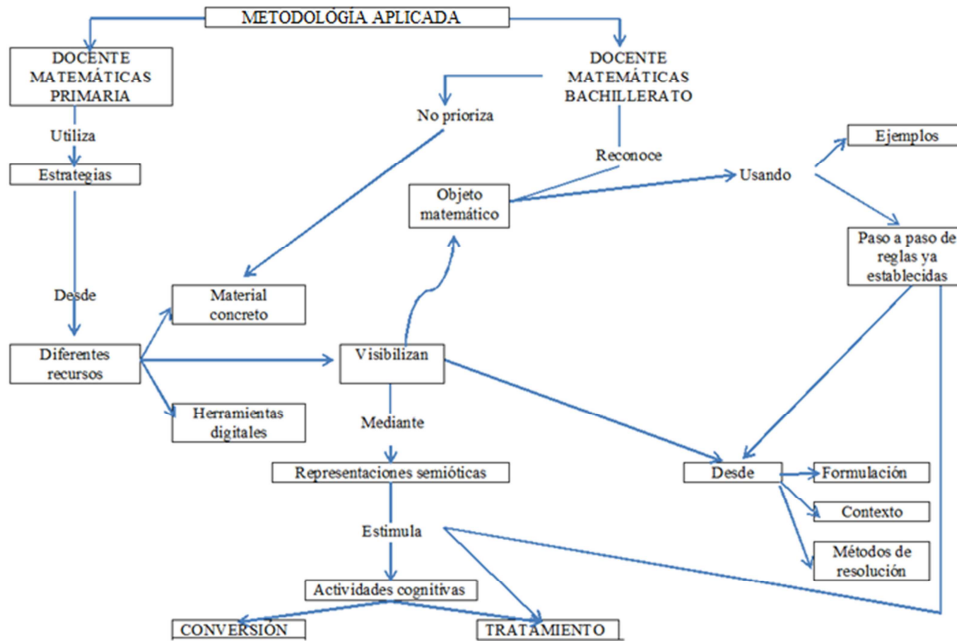
f2p7	Porcentaje respuesta	
	Bachillerato	Primaria
Sí	42,86%	80%
Algunas veces	57,14%	20%

Fuente: Preguntas del instrumento 1 (Ver Anexo 1)

El análisis de la tabla anterior es un indicador fundamental para observar la tabla actual, puesto que en concordancia con ello, un 80% de los docentes de primaria le otorga el valor más alto a la enseñanza del concepto de *ecuación lineal* a partir de las representaciones semióticas, mientras que en el grupo de docentes de bachillerato las ponderaciones se encuentran parcializadas, ya que un 42,86% valida el aprendizaje por medio de las mismas, pero no hay un convencimiento de ello por parte del grupo de bachillerato en general, por lo que un 57,14% manifiesta que puede resultar algunas veces. Esto produce que el manejo del concepto se limite únicamente al seguimiento de pasos, en este caso que no se logre madurar la actividad cognitiva de conversión en los estudiantes mediante el empleo de representaciones, las cuales pueden hacerse visibles en el plano real, mediante el uso de recursos que pueden incluir dentro de sus metodologías.

Siendo consecuentes, el siguiente esquema define la caracterización de las metodologías encontradas, respecto al uso de las representaciones semióticas en la enseñanza de las ecuaciones lineales a partir de los análisis anteriormente presentados:

Ilustración 10: Caracterización de las metodologías respecto al uso de las representaciones semióticas en la enseñanza de las ecuaciones lineales



Fuente: Construcción propia

De los dos grupos de docentes del área de matemáticas, tanto de primaria como de bachillerato, se puede concluir que en las diferentes metodologías aplicadas en el aula, se prioriza más en primaria que en bachillerato el uso de recursos que permiten sacar al mundo real las ecuaciones lineales, pues es una forma de llevar a lo tangible algo que no está al alcance de nuestros sentidos, retomando materiales que contribuyen en sus clases al reconocimiento de las diferentes representaciones semióticas que puede tener un mismo objeto matemático, es decir la verbal, la simbólica y la gráfica. Con este tipo de recursos le están permitiendo al estudiante identificar unidades significantes en el objeto representado, estimulando en ellos cada vez más una actividad tan compleja por alcanzar como lo es la conversión.

Por otro lado, el grupo de docentes de bachillerato no le da prioridad a este tipo de estrategias, por el contrario, prima la ejemplificación y los respectivos algoritmos que contribuyen a la resolución de una ecuación lineal, más que el empleo de otro tipo de materiales, lo cual genera que en este grupo se estimule la actividad cognitiva de tratamiento y genere que se queden en una sola representación, o sea, la simbólica y que se termine cayendo en un mecanicismo en vez de un reconocimiento del objeto matemático.

4.2. Análisis encuestas a estudiantes

4.2.1 Análisis de preguntas que requieren actividades cognitivas de tratamiento y conversión, grados 4° y 5

Tabla 28. Recopilación instrumento 2 de la encuesta a estudiantes: (Ver anexo 2)

TRATAMIENTO – REPRESENTACIÓN SIMBÓLICA	TRATAMIENTO – REPRESENTACIÓN SIMBÓLICA	CONVERSIÓN – REPRESENTACIÓN VERBAL A SIMBÓLICA
<p>1. Según la información de la imagen, los valores de los objetos son:</p> <p>A. = 3 B. = 10 C. = 8 = 6 = 4 = 3 = 10 = 2 = 1</p>	<p>2. El valor del interrogante de la siguiente imagen es:</p> <p>A. 12 B. 10 C. 16</p>	<p>5. Juan tiene el doble de dinero que Pepe y entre los dos tienen \$123? ¿Cuánto dinero tiene Pepe?</p> <p>A. \$41 B. \$38 C. \$42</p>

Fuente: Preguntas del instrumento 2 (Ver Anexo 2)

Tabla 29. Compendio estadístico de preguntas que requieren actividades cognitivas de tratamiento y conversión, grados 4° y 5°

Pregunta	A	B	C	NR
1	12,64%	74,71%	12,64%	
2	16,09%	12,64%	57,47%	13,79%
5	24,14%	11,02%	64,84%	

Fuente: Preguntas del instrumento 2 (Ver Anexo 2)

Como se puede observar en la tabla, el acercamiento de los estudiantes a la respuesta correcta en los tres ítems es significativo, específicamente en las dos preguntas donde la actividad cognitiva, como lo plantea Duval (2004) en su teoría, es de tratamiento, o sea, que el estudiante con un conocimiento en operaciones básicas y reglas elementales puede llegar a la solución del ejercicio que se le está planteando en uso de la representación simbólica, pues con un ponderado promedio de 74,71% en la primera pregunta y el 57,47% en la segunda, los estudiantes de grados 4° y 5° llegan a la solución correcta. Mientras que en los ítems donde la actividad cognitiva es de conversión y de cara a la teoría es la más compleja para que los estudiantes logren efectuarla. Se puede ver que el ponderado promedio para la respuesta correcta es de 64,84%, notándose que es muy poca la cantidad de estudiantes que aún presentan dificultad para lograr realizar ese paso de un registro de representación a otro, donde se hace más complejo identificar las unidades significantes de la representación verbal dada y poder transformarlas a un nuevo registro de representación, que es el simbólico, en pro de su posible solución. Aunque es de resaltar que siendo una actividad cognitiva tan compleja para los estudiantes, se nota que en cierta medida, en este ciclo de la educación básica primaria se está logrando poco a poco, lo cual lleva a inferir que los procesos de enseñanza de los docentes de matemáticas analizados, corresponden a los avances que los estudiantes en este primer ciclo están mostrando como resultado a todos los recursos, materiales y herramientas que se están empleando en las clases de cara a las representaciones semióticas de los objetos matemáticos.

4.2.2. Análisis de preguntas que requieren actividades cognitivas de tratamiento y conversión, grados 6° y 7°

Tabla 30. Recopilación instrumento 3 de la encuesta a estudiantes: (Ver anexo 3)

TRATAMIENTO – REPRESENTACIÓN SIMBÓLICA	CONVERSIÓN – REPRESENTACIÓN VERBAL A SIMBÓLICA	3. ¿Existe alguna relación el ejercicio 1 y 2?	4. Encuentras mayor dificultad en resolver:
1. En la siguiente ecuación $4X + 18 = 76$ el valor de la incógnita es: A. $X = 14$ B. $X = 10$ C. $X = 40$	2. En un rectángulo la base mide 18 cm más que la altura y el perímetro mide 76 cm. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?. La ecuación que permite el desarrollo del problema es: A. $X + X + (X + 18) + (X + 18) = 76$ B. $X + 18 = 76$ C. $X + X = 76$	A. Sí, porque representan la misma ecuación. B. No, porque son dos ejercicios totalmente diferentes.	A. La ecuación del ejercicio 1 porque se me olvidan las reglas que se deben tener en cuenta en relación con las operaciones. B. El problema del ejercicio 2 porque no logro extraer los valores y definir cuál es el valor desconocido. C. Ninguno de los dos porque las explicaciones del profesor han llevado que logre relacionar las dos formas.

Fuente: Preguntas del instrumento 3 (Ver Anexo 3)

Tabla 31. Compendio estadístico de preguntas que requieren actividades cognitivas de tratamiento y conversión, grados 6° y 7°

Pregunta	A	B	C	NR
1	7,27%	50,91%	38,18%	3,64%
2	20,00%	65,45%	12,73%	1,82%
3	40,00%	58,18%	1,82%	
4	5,45%	70,91%	23,64%	

Fuente: Preguntas del instrumento 3 (Ver Anexo 3)

En esta tabla, correspondiente al ciclo 6° y 7° de básica secundaria, se puede observar que la actividad cognitiva de tratamiento es aquella que emplean principalmente en las aulas, los docentes de matemáticas, es decir, prima el seguimiento de reglas ya establecidas en un solo registro de representación que es el simbólico. Cabe anotar que dicho estímulo es muy necesario y hace parte de toda actividad matemática, pero es evidente con esta investigación que en la metodología de los docentes sólo este tipo de actividad es la que promueven hasta el punto que se convierte para el estudiante una práctica mecánica el solucionar una ecuación lineal en dicha representación. Es por ello que al presentarle dicho objeto matemático en otro registro, ya sea el verbal o el gráfico donde debe extraer esas unidades significantes que le garanticen el paso de una

representación a otra, ahí la dificultad se pone de manifiesto; y es precisamente este paso lo que se conoce como actividad cognitiva de conversión, la cual resulta en gran medida compleja para los estudiantes y el alcanzarla depende de aquellos procesos de enseñanza que garanticen la no confusión del objeto matemático con su representación, tal como Duval (2004) lo plantea en su teoría y luego lo retoma D'Amore (2006) en un amplio marco teórico que define los objetos matemáticos, sus significados y sus representaciones.

Es por esto que los resultados muestran lo anteriormente mencionado representados en: el 50,91% de los estudiantes sigue el paso a paso, logrando la solución de la ecuación en uso de la representación simbólica, mientras que sólo un 20% alcanza la actividad cognitiva de conversión en uso de la representación verbal a la simbólica, resolviendo la actividad. Adicionalmente, no hay un reconocimiento del objeto matemático de las dos representaciones en las cuales se les ha mostrado la ecuación lineal, pues aunque un 40% sí logró hacer dicho reconocimiento, un 58,18% continúa pensando que son dos ejercicios totalmente diferentes y no poseen relación alguna, ratificándolo la pregunta 4 con un 70,91% de los estudiantes que expresan no poder resolver el ejercicio de la pregunta 2, por la dificultad que le genera extraer los valores del problema o las unidades significantes del objeto matemático en uso de la representación verbal.

4.2.3. Análisis de preguntas que requieren actividades cognitivas de tratamiento y conversión, grados 8° y 9°

Tabla 32. Recopilación instrumento 4 de la encuesta a estudiantes: (Ver anexo 4)

TRATAMIENTO – REPRESENTACIÓN SIMBÓLICA	CONVERSIÓN – REPRESENTACIÓN VERBAL A SIMBÓLICA	4. ¿Tiene relación el ejercicio 1 y 3?	5. Encuentras mayor dificultad en resolver:
1. Al despejar F de la siguiente ecuación $60F=100.(F-2)$ se obtiene: A. $F = 6$ B. $F = 5$ C. $F = 1$	3. Un camión sale de una ciudad a una velocidad de 60km/h. Dos horas más tarde sale en su persecución un carro a 100 km/h ¿Cuánto tardarán en encontrarse? A. Camión: 5 horas Carro: 3 horas. B. Camión: 1 hora Carro: 2 horas. C. Camión: 2 horas Carro: 3 horas.	A. Sí, porque representan la misma ecuación. B. No, porque son dos ejercicios totalmente diferentes.	A. La ecuación del ejercicio 1 porque se me olvidan las reglas que se deben tener en cuenta en relación con las operaciones. B. El problema del ejercicio 3 porque no logro extraer los valores e identificar cuál es el valor desconocido. C. Ninguno de los dos porque las explicaciones del profesor han llevado que logre relacionar las dos formas.

Fuente: Preguntas del instrumento 4 (Ver Anexo 4)

Tabla 33. Compendio estadístico de preguntas que requieren actividades cognitivas de tratamiento y conversión, grados 8° y 9°

Pregunta	A	B	C	NR
1	21,51%	45,16%	33,33%	
3	31,18%	45,16%	23,66%	
4	41,94%	56,99%		
5	12,9%	46,24%	40,86%	

Fuente: Preguntas del instrumento 4 (Ver Anexo 4)

Al observar esta tabla, correspondiente al ciclo de 8° y 9° de básica secundaria, el panorama se muestra similar al ciclo anterior y es posible inferir que de acuerdo al análisis realizado en las encuestas de los docentes de bachillerato, estos resultados confirman una vez más en qué aspecto se caracterizan sus metodologías, mostrando que la dificultad de los estudiantes en el reconocimiento de unidades significantes de las dos representaciones, es determinante en sus procesos y los lleva a la confusión del objeto con su representación, lo que impide que puedan realizar la transformación de una representación a otra. Esto es fundamental en toda actividad matemática, pues según los resultados, la actividad cognitiva de conversión logra ser acertada en un 31,18%, lo cual indica que continúa siendo un porcentaje bajo, comparado con el ciclo de primaria, además de que nuevamente en básica secundaria, un porcentaje alto, 56,99%, piensa que

son ejercicios totalmente distintos. Esto evidencia en la pregunta 5, su dificultad por lograr el paso de una representación a otra, lo cual nos lleva a concluir que los recursos o materiales que los docentes de bachillerato no están usando dentro de sus metodologías, los cuales son de fundamental uso en primaria, logra que los objetos matemáticos cobren vida y que los estudiantes reconozcan las distintas representaciones que se pueden emplear para un mismo objeto, permitiendo el estímulo de la actividad cognitiva de conversión.

4.2.4 Análisis de preguntas respecto a la metodología empleada por el docente de matemáticas, grados 4° y 5°

Tabla 34. Recopilación instrumento 2 de la encuesta a estudiantes: (Ver anexo 2)

3	<p>Los materiales que utiliza el profesor para la explicación de este tipo de ejercicios u otros es:</p> <p>A. Dispositivos móviles (celulares, computadores, etc.) que les ayuden a encontrar la respuesta.</p> <p>B. Juegos, objetos para manipular, actividades lúdicas que permiten entender el problema.</p> <p>C. Ninguna de las anteriores.</p>
4	<p>Este tipo de ejercicios los realiza el profesor en clase y aquellos que tengo que resolver en casa:</p> <p>A. No los entiendo, se me dificulta resolverlos, porque son diferentes a los explicados en clase.</p> <p>B. Utilizo las recomendaciones del profesor y todas las formas que usa para resolverlos en clase y no me resulta difícil de solucionarlos.</p> <p>C. Siempre sigo los pasos que el profesor explica y algunos puedo resolverlos en casa, otros no.</p>
8	<p>Cuando le muestras a tu profesor otras formas de encontrar valores desconocidos, en un problema matemático:</p> <p>A. Te pide que sigas los pasos vistos en clase.</p> <p>B. Te anima y te felicita por haber llegado a la solución usando otro camino.</p> <p>C. Te reta para que encuentres la solución de otros ejercicios utilizando tu estrategia.</p>

Fuente: Preguntas del instrumento 2 (Ver Anexo 2)

Tabla 35. Compendio estadístico respecto a la metodología empleada por el docente de matemáticas, grados 4° y 5°

Pregunta	A	B	C	NR
3	13,79%	69,31%	14,79%	7,90%
4	13,79%	68,28%	14,48%	3,45%
8	13,33%	65,98%	13,79%	6,90%

Fuente: Preguntas del instrumento 2 (Ver Anexo 2)

De acuerdo con la metodología que usan los docentes en los procesos de enseñanza de las ecuaciones lineales, en la tabla se encuentran las tendencias de las opciones que los estudiantes eligieron al respecto, pues es de suma importancia confrontar con los análisis que se establecieron para los dos grupos de docentes (primaria y bachillerato). Es por ello que podemos resaltar para el ciclo de 4° y 5° de primaria que existe concordancia con lo analizado en el instrumento 1, ya que los estudiantes, en un 69,31%, reconocen que sus docentes, en la explicación de las ecuaciones lineales o valores desconocidos, utilizan juegos, objetos para manipular, actividades lúdicas que les permiten entender el problema. Adicionalmente, el 68,28% de los estudiantes toma en cuenta las recomendaciones del docente y todas las formas que éste usa para resolver las ecuaciones lineales en las clases, lo que ocasiona que no les resulte difícil encontrar los valores desconocidos para determinado problema. Finalmente, los estudiantes manifiestan un sentimiento de motivación por parte de sus docentes respecto a otras formas o caminos de encontrar valores desconocidos en una ecuación lineal, pues el 65,98% eligió esta opción, lo cual deja ver que no únicamente el docente los limita a que sigan lo visto en la clase, sino que pueden explorar, conjeturar y hacer razonamientos al respecto.

4.2.5. Análisis de preguntas respecto a la metodología empleada por el docente de matemáticas, grados 6° y 7°

Tabla 36. Recopilación instrumento 3 de la encuesta a estudiantes: (Ver anexo 3)

5	<p>Este tipo de ejercicios los realiza el profesor en clase y aquellos que tengo que resolver en casa:</p> <p>A. No los entiendo, se me dificulta resolverlos, porque son diferentes a los explicados en clase.</p> <p>B. No me resultan difícil de solucionar, porque me guío en todas las formas empleadas por el profesor para lograr solucionarlos.</p> <p>C. Algunos logro resolver, otros no, aun siguiendo el paso a paso explicado por el profesor.</p>
6	<p>Los materiales que utiliza el profesor para la explicación de este tipo de ejercicios u otros es:</p> <p>A. Dispositivos móviles (celulares, computadores, etc.) que nos ayuden a encontrar la respuesta.</p> <p>B. Juegos, objetos para manipular, actividades lúdicas que permiten entender el problema.</p> <p>C. Ninguno de los anteriores.</p>
7	<p>El profesor se interesa por ayudarme a solucionar mis dificultades en matemáticas, empleando:</p> <p>A. Ejemplos repetitivos hasta que logre hacer problemas similares.</p> <p>B. Materiales, juegos y actividades lúdicas que me motivan y me hacen reconocer que soy bueno en matemáticas.</p> <p>C. Experiencias de la vida cotidiana que me hacen relacionarlas con los problemas que se plantean en clase.</p>
8	<p>En primaria me gustaban las matemáticas, porque:</p> <p>A. Me gustaba cómo enseñaba mi profesor de matemáticas.</p> <p>B. El profesor me aconsejaba, las clases eran participativas y me enseñaba a estudiar.</p> <p>C. No ha cambiado el gusto, porque en bachillerato el profesor se interesa por ayudarme a solucionar mis dificultades. con las matemáticas</p>

Fuente: Preguntas del instrumento 3 (Ver Anexo 3)

Tabla 37. Compendio estadístico respecto a la metodología empleada por el docente de matemáticas, grados 6° y 7°

Pregunta	A	B	C	NR
5	12,73%	38,18%	49,09%	
6	1,82%	43,64%	50,91%	3,64%
7	65,45%	10,91%	23,64%	
8	29,09%	14,55%	56,36%	

Fuente: Preguntas del instrumento 3 (Ver Anexo 3)

De este grupo de respuestas contenidas en la tabla anterior, se puede inferir que el ciclo de básica secundaria 6° y 7°, a diferencia del ciclo anterior, presentan cambios respecto a las opiniones acerca de la metodología empleada por los docentes en los procesos de enseñanza de las ecuaciones lineales presentan cambios, pues un 49,09% responde que las ecuaciones que deben resolver en casa, según los ejemplos vistos en clase, en cierta parte son resueltas, pero otras no, aun haciendo el seguimiento del paso a paso explicado por el docente, lo cual deja entrever que la relación entre las unidades significantes del objeto representado de forma verbal y aquellas unidades significantes que el estudiante debe ir transformando para lograr el paso de una representación a otra, no están quedando con la mayor claridad en las clases de matemáticas, situación que está siendo generada por los ejemplos repetitivos y secuenciados que el docente emplea para resolver una ecuación lineal, apoyándose sólo de la representación simbólica. Así el 65,45% elige dicha opción en la pregunta 7, lo cual lleva a entender lo que los estudiantes manifiestan como una deficiencia ante el uso de materiales o recursos por parte del docente en la explicación de las *ecuaciones lineales* y aunque no desconocen que el docente se interesa por ayudarles a solucionar sus dificultades en el área, con estas respuestas se evidencia que en las clases no se están visibilizando las distintas representaciones semióticas que puede llegar a tener un mismo objeto matemático, ocasionando en los estudiantes que no se logre de manera efectiva la actividad cognitiva de conversión.

4.2.6. Análisis de preguntas respecto a la metodología empleada por el docente de matemáticas, grados 8° y 9°

Tabla 38. Recopilación instrumento 4 de la encuesta a estudiantes: (Ver anexo 4)

2	El profesor de matemáticas aborda en clase este tipo de ejercicios u otros... A. Explicando una secuencia de pasos, usando reglas y propiedades para su solución. B. Planteando una situación cotidiana que esté relacionada con el valor desconocido para hallar su solución. C. Usando materiales, juegos y actividades lúdicas para relacionar términos semejantes y hallar el valor desconocido.
6	El profesor se interesa por ayudarme a solucionar dificultades en ejercicios como los anteriores, empleando: A. Ejemplos repetitivos hasta que logre hacer problemas similares. B. Materiales, juegos y actividades lúdicas que me motivan y me hacen reconocer que soy bueno en matemáticas. C. Experiencias de la vida cotidiana que me hacen relacionarlas con los problemas que se plantean en clase.
7	Los ejercicios que me manda el profesor para resolver en casa: A. No los entiendo, se me dificulta resolverlos, porque son diferentes a los explicados en clase. B. No me resultan difícil de solucionar, porque me guío en todas las formas empleadas por el profesor para lograr solucionarlos. C. Algunos logro resolver, otros no, aun siguiendo el paso a paso explicado por el profesor.
8	En general, el profesor hace que las clases sean: A. Aburridas, porque sólo habla él y se dedica a escribir muchos ejercicios en el tablero. B. Participativas, porque se apoya de varios materiales que me ayudan a reconocer las diferentes formas de representar un ejercicio o problema matemático. C. Repetitivas, porque se centra en los mismos ejemplos y la estructura de las clases no cambia.
9	En primaria me gustaban las matemáticas, porque: A. Me gustaba cómo enseñaba mi profesor de matemáticas. B. El profesor me aconsejaba, las clases eran participativas y me enseñaba a estudiar. C. Después de cada ejercicio explicado en clase, el profesor me indica los progresos hechos y las dificultades encontradas.

Fuente: Preguntas del instrumento 4 (Ver Anexo 4)

Tabla 39. Compendio estadístico respecto a la metodología empleada por el docente de matemáticas, grados 8° y 9°

Pregunta	A	B	C	NR
2	61,29%	23,66%	13,98%	1,08%
6	66,67%	10,75%	21,51%	1,08%
7	8,6%	29,03%	60,22%	2,15%
8	9,68%	17,2%	73,12%	
9	25,81%	59,46%	13,66%	1,08%

Fuente: Preguntas del instrumento 4 (Ver Anexo 4)

Finalmente, en este último ciclo de educación básica secundaria 8° y 9° se puede observar, de acuerdo con sus respuestas, que hay una caracterización más detallada de la metodología empleada por el docente, pues en la pregunta 2, el 61,29% manifiesta que éste utiliza para la explicación de las ecuaciones lineales una secuencia de pasos, usando reglas y propiedades para su solución, lo cual indica que solamente se estimula la actividad cognitiva de tratamiento en uso de la representación simbólica, lo que lleva a deducir que el docente de bachillerato pocas veces cambia de representación para el objeto matemático y sobre todo se queda en el aula. Esto causa que limite los procesos de razonamiento que puede generar a partir del uso de otras representaciones y más aún si las hace tangibles con material concreto, en consecuencia, para los estudiantes el solucionar una ecuación lineal depende del seguimiento de ejemplos repetitivos, tal como lo acostumbra a realizar el docente en las clases., así, un 66,67% lo confirma en la escogencia de la opción A en la pregunta 6. De este modo, no logra entender los ejercicios que el docente le envía para el trabajo en casa, pues al no reconocer y diferenciar el objeto de su representación, cambiándolo a una representación diferente a la simbólica, ya es difícil para él lograr resolverlo, de esta forma lo expresa un 60,22% de los estudiantes, quienes aun siguiendo lo explicado por el docente no logra dar solución a ciertas ecuaciones lineales.

En efecto, es bueno entender el contexto de estas respuestas, pues es posible que el docente de bachillerato conozca, pero no tenga presente en sus clases las diferentes representaciones semióticas que puede llegar a tener una ecuación lineal, lo que ocasiona que sean repetitivas, centrándose en los mismos ejemplos y con una estructura homogénea, es por ello que un 73,12% de los estudiantes lo manifiesta desde la opción C en la pregunta 8, lo cual se entiende como aquella razón que los inclina a elegir la

opción B en la pregunta 9, pues 59,46% de ellos prefiere la metodología empleada por su docente de básica primaria, quien le generaba mucha más confianza en la solución de una situación matemática y quien hacía las clases más participativas, fortaleciendo cada uno de sus procesos de aprendizaje.

4.3. Análisis observación de clases

Tabla 40. Análisis observación de clases

ORGANIZACIÓN DE CLASE	SI	NO
1. ¿Inicia puntal la clase?	100,0 %	
2. ¿Hace una socialización de lo visto anteriormente?	100,0 %	
3. ¿Da a conocer los objetivos de la clase a los estudiantes?	36,4%	63,6%
4. ¿Presenta el tema de la clase a los estudiantes?	63,6%	36,4%
CON RESPECTO A LA METODOLOGIA DE ENSEÑANZA		
5. ¿Toma las experiencias previas de los estudiantes como punto de partida de la clase?	36,4%	63,6%
6. ¿Presenta el tema utilizando ejemplos reales o anecdóticos, experiencias o demostraciones?	36,4%	63,6%
7. ¿Relaciona el tema con otros elementos, usando objetos para su representación?	36,4%	63,6%
8. ¿Emplea materiales y recursos para explicar un concepto matemático, evitando el uso continuo del tablero en sus clases?	36,4%	63,6%
9. ¿Establece diferencias entre representaciones verbales y simbólicas?	36,4%	63,6%
10. ¿Utiliza material concreto para hacer una distinción entre el objeto y su representación?	36,4%	63,6%
11. ¿Presenta los temas desligados o va haciendo conexiones con otros temas?	36,4%	63,6%
12. ¿Verifica que todo el grupo esté comprendiendo lo explicado en la clase?	36,4%	63,6%
13. ¿Presenta varias formas de representar el objeto matemático?	36,4%	63,6%
14. ¿Durante toda la clase realiza ejemplos con el mismo orden, la misma secuencia y usando la misma representación?	63,6%	36,4%
15. ¿Utiliza instrumentos tecnológicos en función de las actividades propuestas?	36,4%	63,6%
CON RESPECTO AL AMBIENTE EN EL AULA		
16. ¿Es afectuoso y cálido con los estudiantes?	72,7%	27,3%
17. ¿Trata con respeto y amabilidad a los estudiantes?	100,0%	
18. ¿Motiva a los estudiantes a participar activamente en la clase?	36,4%	63,6%
19. ¿Mantiene la disciplina en el aula?	100,0%	

20. ¿Sale del aula a otros espacios para llevar a los estudiantes al reconocimiento de los objetos matemáticos y emplearlos para el aprendizaje de sus estudiantes?	36,4%	63,6%
---	-------	-------

Fuente: Preguntas del instrumento 5 (Ver Anexo 5)

Al realizar la observación de las clases de 4 docentes de bachillerato y 3 de primaria, convergen muchas variables que se ponen en manifiesto al momento de ingresar como una persona externa a la institución y con propósitos investigativos, pues aunque hay una preparación mediante un formato o rúbrica de observación es complejo dejar plasmada cada una de las situaciones que se tejen dentro del aula de clases. En efecto, se evidenció la importancia del manejo de grupo, pues de ahí depende directamente el desarrollo asertivo de las explicaciones y del trabajo que plantee el docente dentro de la misma, al igual que la forma como atrapa o captura su atención, logrando impresionar desde la representación del objeto matemático expuesto. Esto incide directamente en sus procesos de enseñanza y hace que haya un hilo conductor, logrando que los estudiantes comprendan, desde el manejo, la disposición de recursos, materiales y herramientas necesarias para el trabajo de la clase, ya que éstos hacen que se demuestre una metodología que evidencie las diferentes representaciones semióticas que puede tomar dicho objeto, pues en muchas ocasiones el conocimiento es mecánico y no se imparte desde un contexto realista o desde lo vivido cotidianamente. Esta situación genera que la tendencia sea el trabajo desde el uso de la representación simbólica con la acción memorística de reglas, mas no desde una actividad cognitiva de conversión, además de que las clases continúan siendo muy tradicionales, secuenciadas y monótonas, aún evidenciado que hay recursos no sólo tecnológicos, sino elementos prácticos disponibles. El uso de estos recursos para exteriorizar las representaciones semióticas sigue siendo alelado, hay poca motivación para los estudiantes, aunque

fuimos testigos, en el grupo de docentes de primaria, de toda la planeación que realizan para la presentación de un objeto matemático, además porque tienen una visión muy amplia del uso del lenguaje para la comprensión de los problemas en esta disciplina, por lo cual la lectura de un cuento con valores o cantidades se hace presente en sus clases y la interpretación no se hace esperar por parte de los estudiantes. Esto les permite identificar esas unidades significantes indispensables para hacer la transformación a otra representación semiótica, éstos juegan, pintan, recortan, crean, etc., todo alrededor de un objeto matemático y del uso de varias representaciones, lo cual no se evidenció en las clases de los docentes de bachillerato, donde se notaba la poca motivación en los estudiantes y un ejercicio muy tradicional. .

Por lo tanto, esta observación de clase contrasta con lo expresado tanto por los docentes como por los estudiantes en las encuestas realizadas, mostrando la relación que debe existir entre la teoría y los resultados obtenidos desde la práctica, aunque queda claro que si el docente lograra explorar junto a sus estudiantes diferentes formas de representar lo que no está al alcance de nuestros sentidos, se lograrían dinamizar un poco más los ambientes de aprendizaje, todo proceso de enseñanza o metodología, la utilización de recursos, materiales, instrumentos y, en este caso específico, todo en función del manejo de diferentes representaciones semióticas para una ecuación lineal.

CAPÍTULO V

5.1. Conclusiones generales

- ❖ En el desarrollo del presente trabajo de investigación, se alcanzaron a determinar las diferentes metodologías, a partir de las concepciones de dos grupos de docentes, es decir, de la básica primaria y básica secundaria en el área de matemáticas, los cuales fueron participantes representativos para este estudio, caracterizados por su profesión, el tiempo en el campo educativo, la formación y los niveles o grados en los cuales enseñan; además del grupo de estudiantes desde 4° de básica primaria hasta 9° de básica secundaria, los cuales fueron focos de estudio fundamentales para confrontar la información otorgada por los docentes. En función de lo anterior se pudo observar que las metodologías empleadas por estos en los procesos de enseñanza de las ecuaciones lineales no cumplen con una homogeneidad en los dos grupos analizados, puesto que guardan cierta concordancia con su formación, ya que muchos de ellos no son licenciados y aun así enseñan matemáticas en la *Institución Educativa Celmira Bueno* de la ciudad de Cali. A partir de ello se pudo evidenciar que dentro de sus metodologías aplicadas en el aula se pone en manifiesto la relación que debe existir entre la disciplina, su práctica y la experimentación dentro de la matemática, pues se fundamenta en el trabajo del aula y, específicamente, desde el uso de las representaciones semióticas en la misma.

- ❖ Se pudo concluir que dentro de las metodologías de enseñanza de los docentes de primaria se tejen muchas estrategias, las cuales están encaminadas a entender

y reconocer los objetos matemáticos a partir de su representación semiótica, como lo manifiesta Raymond Duval (2004) en su teoría, donde hay un estímulo de las actividades cognitivas de tratamiento y conversión, lo cual podemos relacionar también con lo que expone Bruno D'Amore (2006) desde el significado, el sentido y la representación del objeto matemático, donde el pasaje de una representación a otra, por medio de dichas transformaciones, conserva en una parte el significado del objeto mismo, pero, algunas veces, puede presentar un cambio en su sentido. Desde este análisis, se puede decir que el grupo de docentes de primaria, crea, experimenta y representa desde el uso de varios materiales dentro de sus clases los objetos matemáticos, permitiendo a los estudiantes acceder a éstos y virilizándolos por medio de las diferentes representaciones que pueden tomar cada uno de ellos.

- ❖ Del grupo de docentes que dictan clases de matemáticas en bachillerato, se pudo evidenciar que muchos son graduados en otras especialidades, diferentes al campo educativo, en efecto, tienen un dominio de la teoría, pero en la práctica carecen de los elementos fundamentales en procesos de enseñanza o pedagógicos, lo cual es un factor determinante dentro de las metodologías empleadas en el aula, pues a partir de esta investigación se observó que sus clases carecen de estrategias que permitan a los estudiantes hacer uso de las diferentes representaciones semióticas de un objeto matemático y sólo se están limitando al uso continuo de la representación simbólica con la ejemplificación en el tablero. Esto estimula únicamente la actividad cognitiva de tratamiento, donde la aplicación de reglas ya propias de dicho registro de representación casi que se vuelve algo repetitivo y mecánico para los estudiantes, entendiendo la

matemática desde lo conceptual y no desde los procesos de razonamiento que se deben generar dentro de la manipulación o acceso a los objetos matemáticos.

- ❖ Desde el estudio realizado no se puede desconocer que los docentes de bachillerato logran un estímulo significativo de una de las actividades cognitivas fundamentales para el aprendizaje de las matemáticas, es decir, el tratamiento. Sin embargo, la mayor dificultad de los estudiantes se presenta en la transformación de conversión, ya que se hace complejo el paso de una representación a otra, es decir que si el docente no implementa estrategias que le permitan la manipulación o el acceso a los objetos matemáticos, el reconocimiento de las unidades significantes en un registro de representación para lograr ser transformadas a otras sería nulo y aquellas actividades matemáticas que le impliquen al estudiante realizar dicha transformación se presentarían siempre como intentos errados y frustrantes para ellos. En consecuencia, las observaciones revelan que muchos de los docentes de este grupo han optado por el manejo de metodologías tradicionales, lo cual genera en los estudiantes de la básica secundaria no hacer distinciones adecuadas de las representaciones semióticas de un objeto matemático, encapsulando su conocimiento en el uso repetitivo de una sola representación, asociándolas como temas desligados e independientes, donde su esencia es respectivamente la diversificación de los registros de representación semiótica.

- ❖ Otro resultado que se obtuvo en la presente investigación es que los docentes del área de matemáticas en bachillerato no cambian las estructuras de sus clases, no emplean todos los recursos que tienen en sus aulas, no realizan un proceso

exploratorio con sus estudiantes, lo que hace que el conocimiento matemático se limite a una sola estructura y a una sola forma, tornándose poco motivante, repetitivo y secuenciado. Esto se afirma, porque al realizar los respectivos contrastes de las respuestas en las encuestas de los docentes con las de los estudiantes se aprecia que son muy similares, confirmando lo analizado y esto, porque se estableció una misma práctica dentro del aula, que tanto estudiantes como docentes, reconocen perfectamente, la cual debería ser tomada como una de muchas estrategias que se pueden implementar dentro de sus metodologías con el fin de que se lograra ver la matemática como la representación que tiene significado, en otras palabras, como la representación semiótica inimitable para comunicar a otros la primera idea que se forma en nuestra mente sobre un objeto matemático.

- ❖ En general, en los grupos de básica primaria analizados, se encontró que los docentes preparan todo el material para la presentación del objeto matemático en cada una de sus clases, desde la creación de estrategias metodológicas con un número significativo de actividades, que le permiten a los estudiantes ubicarse en un plano real y reconocer el objeto matemático. Dichos docentes toman en consideración, a partir de sus clases, el inicio, desarrollo y resultados de las diferentes actividades aplicadas, pues como lo dice Duval (2004) no basta con representar los objetos matemáticos, sino trabajar con ellos desde las transformaciones que se pueden lograr con los mismos.

- ❖ Se puede concluir también que los docentes de bachillerato no emplean como algo frecuente las representaciones verbales a partir de las situaciones problema,

sino como un trabajo de casa, cuando el presentar el objeto mediante una representación verbal estimula la transformación de conversión, ya que el estudiante debe analizar, razonar, proponer y argumentar, componentes matemáticos que le permiten alcanzar habilidades y no secuencias o seguimientos de pasos. De ahí que sea algo común en las instituciones educativas que el docente se dedique exclusivamente a transmitir conceptos, cumpliendo únicamente con lo estipulado en los planes de área, sin tomar en consideración que el estudiante es el único afectado en sus procesos de aprendizaje y desconociendo que son los docentes los principales protagonistas en la educación.

- ❖ En conclusión, la investigación demuestra la necesidad de que en los planes de área y por qué no, dentro de los currículos, se tracen estrategias metodológicas que le permitan a los docentes, no sólo motivar a sus estudiantes, sino desarrollar conocimientos en ellos por medio de las representaciones semióticas, pues si los docentes lograran comprender el papel tan importante que juegan éstas en cualquier actividad matemática, estimularían dos actividades cognitivas fundamentales en el aprendizaje de las mismas y las dificultades no se presentarían en porcentajes tan altos ni tampoco marcarían índices de deserción superiores en las pruebas estandarizadas.

- ❖ Otra conclusión significativa de esta investigación se enfoca hacia los procesos de enseñanza de los docentes del área de matemáticas, porque se aprecia que son pocos los que se preocupan por el uso de herramientas o materiales dentro de sus metodologías, lo cual limita a los estudiantes el acceso al objeto matemático por

medio de su representación semiótica, pues como se evidenció en los resultados, muchos de los docentes resolvían ecuaciones lineales sin previa preparación, sin un diseño de antelación a las actividades aplicadas en sus clases y mucho menos mediante el uso de recursos, además porque en las intervenciones que se realizaron en el estudio, se pudo observar que los salones están dotados de materiales que se encuentran subutilizados por los docentes, en una gran proporción de bachillerato, lo cual hace que se evidencie una saturación de contenidos en un solo uso que es el de la representación simbólica y con ello, sólo la actividad cognitiva de tratamiento.

- ❖ Es necesario orientar a los docentes desde los mismos currículos acerca de que el saber matemático no sólo debe estar orientado en hallar algoritmos o al seguimiento de pasos, sino desde las diferentes representaciones que puede tomar un objeto matemático, ya que éstas son el mayor complemento y la base fundamental para la comprensión de situaciones problema que lo ponen de cara a la actividad cognitiva de conversión y que desde la teoría de Duval (2004), junto con las investigaciones realizadas por D'Amore (2006), dentro de las clases de matemáticas se están dejando de lado, debido a que dentro de las metodologías de los docentes no están planificando actividades que lleven a los estudiantes a un reconocimiento de las unidades significantes de un registro de representación para ser transformadas a otra.

- ❖ Desde el campo educativo es fundamental orientar las investigaciones hacia los docentes, porque son ellos quienes garantizan o no los aprendizajes dentro de las aulas, además de ser los protagonistas de cambios e innovaciones que llevarían a

la educación a otro nivel dentro del mismo sistema, pues el proporcionarles este tipo de estudio los lleva a reflexionar, incluso hasta a mejorar sus prácticas con la incorporación de estrategias dentro de sus metodologías, aquellas que impliquen el uso de no sólo el tablero y una sola representación semiótica, sino de una diversidad de material de apoyo que le ayude a visibilizarlas dentro del aula.

5.2. Estrategia metodológica

A continuación, se presentan algunas estrategias metodológicas que pueden ser empleadas en las clases de matemáticas, específicamente en el aprendizaje de las *ecuaciones lineales*, con el propósito de que el docente logre ir estimulando poco a poco las actividades cognitivas de tratamiento y conversión, por medio del contacto con lo real, lúdico, exploratorio y cotidiano. A partir de ello, lograr que los estudiantes accedan a los objetos matemáticos y puedan entender las diferentes representaciones de los mismos.

Es fundamental que los estudiantes no sólo comprendan las representaciones simbólicas y se queden en este solo registro de representación, sino que mediante diferentes estrategias y prácticas logren realizar ese cambio o transformación que les genera tantas dificultades para la solución de cualquier actividad matemática.

La estrategia metodológica está compuesta de 3 actividades, estructuradas de la siguiente manera: desempeños, objetivos, alcances, recursos, procedimiento y evaluación, con el fin de modelar situaciones de la vida real para ampliar las competencias en los estudiantes frente a la solución de ecuaciones lineales. Son actividades que se pueden elaborar paulatinamente,

y a medida que los estudiantes avancen en conocimiento se les puede presentar otras representaciones semióticas que les permitan distinguir el objeto matemático y trabajar con él.

❖ **Actividad 1. ¿Qué fruta es igual?**

❖ **Desempeños:**

- ✓ **Cognitivo:** reconoce en situaciones problema la necesidad de usar una u otra representación de las igualdades.
- ✓ **Procedimental:** realiza operaciones y aplica propiedades de uniformidad para resolver una ecuación lineal.
- ✓ **Actitudinal:** asume con agrado y perseverancia sus dificultades en la solución de una igualdad hasta superarlas.

❖ **Objetivo:**

- ✓ Reconocer las igualdades e interpretar las propiedades de uniformidad ligadas a las operaciones básicas.

❖ **Alcances:**

- ✓ Al finalizar la actividad los estudiantes identificarán las diferentes representaciones para una igualdad.
- ✓ Aplicarán las propiedades de uniformidad ligadas a las operaciones básicas.

❖ **Recursos:**

- ✓ Salón de clase o sala interactiva.
- ✓ Video beam (opcional)

✓ Guía de trabajo actividad #1 (Ver anexo 6)

❖ **Metodología:** El docente inicia mostrándole a los estudiantes, imágenes, ya sean impresas o en power point de ecuaciones visuales, luego los motiva para que expongan sus ideas alrededor de lo observado junto a las siguientes preguntas:

¿Qué se debe tener en cuenta para hallar la respuesta?

¿Qué métodos se pueden utilizar para llegar a una respuesta?

Todos los aportes que van resultando en la clase deben ser registrados en el tablero y orientados por el docente hacia el razonamiento de los estudiantes. Finalmente, se reparten fichas con diferentes frutas para la conformación de los grupos de trabajo y se entrega la guía para su respectivo desarrollo (Ver anexo 6).

En la guía, los estudiantes deben desarrollar tres actividades, las cuales se encuentran planteadas desde los diferentes niveles de dificultad, es decir, no complejo, poco complejo y complejo. La idea es que ellos logren hallar los valores desconocidos de las frutas y establezcan las diferentes relaciones entre las operaciones planteadas, justificando sus respuestas.

En la fase final de la clase, el docente retoma la atención de sus estudiantes, orientando las siguientes preguntas:

- ¿De qué se dan cuenta en el desarrollo de cada nivel?
- ¿Qué operaciones se trabajan en cada uno de los niveles?

Las respuestas se escriben en el tablero a modo de conclusiones con el propósito de ir construyendo con los estudiantes el concepto de *igualdad*, después se les pide que presenten otros ejemplos donde se evidencien *las igualdades* y finalmente se solucionan las dudas que vayan resultando.

- ❖ **Evaluación:** Todos los recursos y el material empleado para que los estudiantes realicen las actividades deben estar precedidos de la observación diaria de cada uno de los procesos de ellos, la revisión continua, la discusión que se pueda orientar a partir de las diferentes representaciones y la solución de cada uno de los niveles de la actividad.

- ❖ **Actividad 2 ¿Cómo son las ecuaciones?**

- ❖ **Desempeños:**

- ✓ **Cognitivo:** identifica los elementos de una ecuación lineal con una incógnita.
- ✓ **Procedimental:** reconoce las ecuaciones lineales con una incógnita.
- ✓ **Actitudinal:** asume con agrado el trabajo grupal que favorezca la interacción y el alcance de metas comunes.

- ❖ **Objetivo:**

- ✓ Comprender el concepto de ecuación lineal con una incógnita y los elementos que la conforman.

- ❖ **Alcances:**

- ✓ Definirá el concepto de ecuación lineal con una incógnita identificando sus elementos.

❖ **Recursos:**

- ✓ Colores y marcadores.
- ✓ Guía de trabajo actividad #2 (Anexo 7)
- ✓ Dulces para premiación de los grupos.

❖ **Metodología:** El docente inicia la clase planteando la siguiente situación:

Si tengo 5 frutas, ¿Cuántas más necesito para completar 12 frutas?

Con esta situación, el docente inicia una lluvia de ideas, así los estudiantes expresan con sus propias palabras las diferentes formas de llegar a la respuesta. Todas las ideas se deben ir escribiendo en el tablero, enfatizándoles que lo hagan mediante la representación simbólica. Este ejercicio se debe realizar con varias situaciones.

Además, debe puntualizárseles la importancia de usar letras para representar los valores desconocidos y que su uso contribuye a la identificación de los que se desean hallar, llamadas incógnitas. Finalmente, el docente los va introduciendo en estas situaciones, denominadas ecuaciones y los invita a la elaboración de la guía de forma grupal.

❖ **Evaluación:** Todos los recursos y el material empleado para que los estudiantes realicen las actividades deben estar precedidos de la observación diaria de cada uno de los procesos de los estudiantes, la revisión continua, la discusión que se pueda orientar a partir de las diferentes representaciones y la solución de cada uno de los niveles de la actividad.

❖ **Actividad 3 ¡Vamos al mundo mágico de las ecuaciones!**

Desempeños:

- ✓ **Cognitivo:** comprueba las soluciones de las ecuaciones lineales con una incógnita.
- ✓ **Procedimental:** plantea situaciones de la vida cotidiana y las expresa en términos de ecuaciones lineales con una incógnita.
- ✓ **Actitudinal:** asume con agrado el trabajo grupal que favorezca la interacción y el alcance de metas comunes.

❖ **Objetivo:**

- ✓ Identificar la solución de ecuaciones lineales con una incógnita.

❖ **Alcances:**

- ✓ Resuelve y verifica la solución de ecuaciones lineales con una incógnita.

❖ **Recursos:**

- ✓ Espacio diferente al salón de clase.
- ✓ Guía de trabajo actividad #3. (Anexo 8)
- ✓ Colores y marcadores.
- ✓ Dulces para premiación de los grupos.

- ❖ **Metodología:** el docente lleva al salón de clases diferentes materiales para representar una ecuación, es decir, imágenes con objetos, figuras geométricas en 3D, y con éstos propone una situación donde ellos deban relacionar los objetos y encontrar el valor que cumple con la igualdad, de tal forma que al desarrollar las operaciones, el resultado sea el mismo en ambos lados de ésta.

Por último, realiza la lectura de un cuento para continuar estimulando la actividad cognitiva de conversión, llevando a los estudiantes a la interpretación de lo leído para transformar dicha representación verbal en una simbólica.

- ❖ **Evaluación:** Todos los recursos y el material empleado para que los estudiantes realicen las actividades deben estar precedidos de la observación diaria de cada uno de los procesos de los estudiantes, la revisión continua, la discusión que se pueda orientar a partir de las diferentes representaciones y la solución de cada uno de los niveles de la actividad.

BIBLIOGRAFÍA

Amaya, T., Pino, L. & Medina, A. (2016). Evaluación del conocimiento de futuros profesores de matemáticas sobre las transformaciones de las representaciones de una función. *Educación matemática*, 28(3), 111-144. México.

Arenas Suaza, B. (2013). *Las ecuaciones lineales, desde situaciones cotidianas* (tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia. Medellín, Colombia.

Aparicio, J. J. (2002). Ecuaciones lineales y Anillos conmutativos. *Extracta Mathematicae Vol. 17*, pp. 247 - 257.

Báez, A., Pérez, O. & Triana, B. (2017). Propuesta didáctica basada en múltiples formas de representación semiótica de los objetos matemáticos para desarrollar el proceso de enseñanza aprendizaje del cálculo diferencial. *Revista Academia y Virtualidad*, 10, (2), 20-30. Recuperado el 23 de Marzo del 2019:

<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6084853>

Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en didactique en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 4-2.

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires, Argentina: Editorial Libros del Zorzal.

Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la didáctica de la Matemática. *Trabajos de enseñanza, No. 5*. Recuperado de <http://www.famaf.unc.edu.ar/wp-content/uploads/2015/03/BEns05.pdf>

Chevallard, Y. (1998). *La transposición didáctica*. Buenos Aires, Argentina: Aiqué.



- Crespo, C. (Ed.). (2007). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa Vol 20*. Recuperado de <https://vdocuments.site/acta-latinoamericana-de-matematica-educativa-vol-20.html>
- Dalcín, M. y Olave, M. (2017). Ecuaciones de primer grado: su historia. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa Vol. 20*, pp. 156-161.
- D'Amore, B. (2004). *Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: interacciones constructivísticas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución*. Barcelona, España: Uno.
- D'Amore, B. (2006). Objetos, significados, representaciones semióticas y sentido. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, pp. 177-195.
- Díaz Godino, J., Batanero, M. y Navarro-Pelayo, V. (1994). *Razonamiento combinatorio*. Madrid, España: Síntesis.
- Díaz Godino, J. (2003). *Teoría de las Funciones Semióticas: un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática* (trabajo de investigación). Universidad de Granada, España. Recuperado de <https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/monografiatfs.pdf>
- Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Cali, Colombia: Merlín I.D.
- Ernest, P. (1989). *The impact of beliefs on the teaching of mathematics*. Londres, Inglaterra: Falmer Press.
- Freire, P. (1985). *Pedagogía del oprimido*. México: Siglo XXI Editores.

- Gil, D. y De Guzmán, M. (1993). *Enseñanza de las ciencias y la matemática: Tendencias e Innovaciones*. España: Editorial Popular.
- Guerra, F. (2013). *Las situaciones problema mediadoras de aprendizajes significativos de la ecuación lineal* (tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia. Medellín, Colombia.
- Guzmán, I. (1998). Registros de representación, el aprendizaje de nociones relativas a las funciones: voces de estudiantes. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 1(1), pp. 5-21.
- Guzmán, M. (2015). *Tendencias innovadoras en educación matemática*. Recuperado de <http://blogs.mat.ucm.es/catedramdeguzman/tendencias-innovadoras-en-educacion-matematica/>
- Hurtado Moreno, C. (2013). Análisis didáctico de las ecuaciones de primer grado con una incógnita y su impacto en la educación básica. *Actas del VII CIBEM*, pp. 1045-1055.
- Hurtado Moreno, C. y Torres L. (2015). Análisis didáctico de las ecuaciones de primer grado con una incógnita real. *XIV CIAEM*, pp. 1- 13. México.
- Joya Vega, A. (2016). *Matemáticas 7. Proyectos transversales*. Bogotá, Colombia: Editorial Santillana S.A.S.
- Macías, J. (2015). Diseño y estudio de situaciones didácticas que favorecen el trabajo con registros semióticos. Tesis Doctoral. Facultad de Educación. Centro de Formación del Profesorado. Departamento de Ciencias Experimentales. Universidad Complutense de Madrid. España.

- Masiell, G. (2016). Análisis de la Resolución de Problemas Aritméticos Elementales Verbales Aditivos de una etapa a través de los Registros de Representación Semiótica. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática - UNION*. No 47, 137-161.
- Ministerio de Educacion Nacional, MEN. (2006). *Estandares básicos de competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Recuperado de https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- Peirce, C. (1931). *Collected papers II, Elements of logic*. Cambridge Massachusetts: University Press.
- Pérez Porto, J. y Gardey, A. (2010). *Definicion de Semiótica*. Recuperado de <http://definicion.de/semiotica/>
- Polya, G. (1969). *Cómo plantear y resolver problemas*. México D.F.: Trillas.
- Saenz, J. C. (2014). *Diseño de una unidad didáctica basada en métodos informales para la resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita* (tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia. Bogotá, Colombia.
- Swokowski, E. & Cole, J. (1996). *Álgebra y Trigonometría: con Geometría Analítica*. México: Iberoamericana.
- Vasco, C. (1999). *Didáctica de las Matemáticas*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Villalba, V. (1994). *George Pólya: El Padre de las Estrategias para la Solución de problemas*. Recuperado de fractus.uson.mx/Papers/Polya/Polya.pdf

ANEXOS

Anexos 1. Encuesta para docentes de matemáticas

	ENCUESTA PARA PROFESORES DEL ÁREA DE MATEMÁTICAS	
Nombre: _____	Fecha: _____	Lic. Maira Alejandra Cortes Maestrante en educación.

Apreciado docente, de ante mano agradezco su disposición para contestar la presente encuesta, la cual tiene como propósito reunir información relevante sobre las metodologías usadas por los docentes de matemáticas en los procesos de enseñanza de las ecuaciones lineales, planteamiento que hace referencia a una problemática que es motivo de investigación y que actualmente se viene presentando en las clases, en cuanto a la solución de ecuaciones lineales.

La información que aquí quede consignada, únicamente tendrá un uso académico, ya que hace parte del proyecto de investigación mencionado, con el fin de alcanzar el título de magister en educación. Por tanto es netamente confidencial y por ningún motivo se revelara su nombre ni la institución a la cual usted hace parte.

Los datos solicitados son con fines coherentes y específicos, logrando que el tratamiento de la información arroje resultados verídicos e indispensables para la demostración de una hipótesis. Por tanto agradezco su colaboración, sinceridad y tiempo, pues estos resultados son de gran importancia para mejorar los procesos educativos y dar grandes aportes al sistema educativo en general.

FASE 1 INFORMACIÓN GENERAL

Género Femenino: _____ Masculino: _____
 Nombre de la institución donde enseña: _____
 La institución es rural: _____ Urbana: _____
 Profesión: _____
 Otros estudios realizados: _____
 Grados en los que enseña: _____
 Tiempo en la docencia: _____

FASE 1. METODOLOGÍAS DE ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

	<i>Desde sus concepciones, en su metodología aplicada en el aula</i>	<i>Valor</i>
1	Soy consciente del valor formativo, cultural e histórico de la matemática en la sociedad actual.	
2	Conozco y me expreso con la terminología, rigor y notación adecuada.	
3	Conozco diversos modelos y representaciones de los conceptos matemáticos.	
4	Puedo citar problemas y situaciones actuales e históricas, en las que se aplican y tienen sentido los conceptos y procedimientos matemáticos.	
5	Relaciono las representaciones entre los contenidos (álgebra y geometría, forma y número, etc.) utilizando y compartiendo con otros profesores las	

	conexiones de las matemáticas con otras disciplinas.	
6	Conozco estrategias variadas para la resolución de problemas con distintos contenidos matemáticos.	
7	Tengo en cuenta las dificultades que presentan algunos contenidos matemáticos.	

	<i>Cuando planifico las estrategias de enseñanza que se emplearán en la clase para determinado concepto:</i>	<i>Valor</i>
8	Tengo en cuenta las dificultades y carencias cognitivas que me puedo encontrar.	
9	Dispongo de estrategias, usando materiales para introducir y mostrar utilidad de los conocimientos matemáticos.	
10	Conozco criterios y técnicas para seleccionar y secuenciar modelos, representaciones, significados y problemas.	
11	Dispongo de una diversidad de tareas y actividades de enseñanza en el aula (explicación, empleo de recursos, investigaciones, etc.) y externas (olimpiadas, concursos matemáticos, etc.).	
12	Manejo estrategias y recursos para afrontar la diversidad de los estudiantes, evitando el uso del tablero.	
13	Puedo citar actividades de enseñanza y aprendizaje que favorecen el desarrollo de las competencias básicas en el estudiante.	
14	Dispongo de criterios para tomar decisiones al elaborar, en el departamento, la programación didáctica, aquella que salga del uso continuo del tablero.	
15	Conozco estrategias y técnicas de evaluación para emplearlas con intención formativa.	



	<i>Cuando planifico las estrategias de enseñanza que se emplearan en la clase para determinado concepto:</i>	<i>Valor</i>
16	Otorgue la puntuación en cada ítem para definir el trabajo en el aula, respecto al trabajo en matemáticas con sus estudiantes: e) Transmisor de conocimientos organizados y secuenciados. f) Facilitador o guía del proceso de aprendizaje de sus estudiantes. g) Guía de la reflexión de los estudiantes. h) Gestor del trabajo y dinamizador de los contenidos.	
17	Otorgue la puntuación en cada ítem para definir las tareas que usted realiza en el aula: e) Automatización de algoritmos. f) Trabajo con materiales manipulativos. g) Trabajo cooperativo usando varias herramientas. h) Trabajo grupal fuera del aula.	

18	Otorgue la puntuación en cada ítem para definir los aspectos que usted tiene en cuenta cuando planifica el trabajo con un grupo de estudiantes. h) Detección conocimientos previos. i) Formalización de contenidos a tratar. j) Contextualización de los contenidos. k) Estrategias ligadas a los recursos que va a utilizar. l) Tareas propuestas de tipo lúdico. m) Evaluación de los estudiantes. n) Contribución a la adquisición de las competencias básicas implementando metodologías fuera del aula, usando material concreto.	
19	Otorgue la puntuación en cada ítem para definir el valor o importancia que cada situación tiene en sus clases: f) El papel de las matemáticas en el desarrollo de la humanidad a lo largo del tiempo. g) La historia de las matemáticas y su lado humano. h) El papel de las matemáticas en nuestra vida cotidiana, sacar lo abstracto al mundo real y poder explorarlo desde lo concreto. i) La integración por parte del estudiante de los nuevos conocimientos adquiridos con los que ya posee. j) La aplicación de los conocimientos adquiridos para resolver situaciones de la vida cotidiana desde diferentes representaciones.	
20	Otorgue la puntuación en cada ítem para definir qué situaciones considera que se evidencian en sus clases: f) Comunica la materia. g) Establece relaciones entre contenidos y evita el uso del tablero para mostrar otras formas de acceder a lo abstracto. h) Las tareas resultan significativas para los estudiantes. i) Mantiene el control de la clase. j) Transmite una actitud positiva hacia la materia.	

FASE 2. CARACTERIZACIÓN DE LAS METODOLOGÍAS DE ENSEÑANZA DE UN CONCEPTO PARTICULAR “LAS ECUACIONES LINEALES”

1	¿Cree usted que durante las clases los estudiantes logran comprender de sus explicaciones el concepto matemático: ecuaciones lineales? a) SÍ. b) NO. c) Algunas veces.
2	Al iniciar una clase de matemáticas con los grupos a su cargo, ¿Qué estrategias emplea para identificar el nivel de conocimiento de sus estudiantes? a) Identificar previamente los conceptos centrales que van a aprender los estudiantes. b) Tener presente qué es lo que se espera que aprendan y guiar secuencialmente cada uno de los conceptos. c) Explorar los conocimientos previos pertinentes de los alumnos, por medio de juegos, videos, material concreto, entre otros, para decidirse por activarlos (cuando

	existan evidencias) o por generarlos (cuando los estudiantes poseen escasos conocimientos previos o que no los tienen).								
3	<p>¿Hace usted explícito todos los razonamientos y procedimientos que considera necesarios para que los estudiantes comprendan cuando resuelve ecuaciones lineales frente a ellos?</p> <p>a) SÍ. b) NO. c) Algunas veces.</p>								
4	<p>¿Se arriesga usted a resolver ecuaciones lineales sin previa preparación delante de sus estudiantes?</p> <p>a) SÍ. b) NO. c) Algunas veces.</p>								
5	<p>¿Realiza usted una diferencia entre las diferentes representaciones que puede tener una ecuación lineal, es decir, la representación verbal, representación simbólica y gráfica?</p> <p>a) SÍ. b) NO. c) Algunas veces.</p>								
6	<p>Seleccione de qué forma establece la diferencia entre las tres representaciones anteriores.</p> <table border="1" data-bbox="370 821 1230 1266"> <thead> <tr> <th>REPRESENTACIÓN VERBAL</th> <th>REPRESENTACIÓN SIMBÓLICA</th> <th>REPRESENTACIÓN GRÁFICA</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a) Lectura de un cuento. b) Realización de un dramatizado. c) Juego de palabras. d) Ninguna de las anteriores.</td> <td>a) Asignando colores a la incógnita. b) Dibujando y recortando objetos para los coeficientes e incógnitas. c) Uso de material lúdico. d) Ninguna de las anteriores.</td> <td>a) Planos elaborados en material concreto. b) Papel plegado para definir formas. c) Uso de material lúdico. d) Ninguna de las anteriores.</td> </tr> </tbody> </table>			REPRESENTACIÓN VERBAL	REPRESENTACIÓN SIMBÓLICA	REPRESENTACIÓN GRÁFICA	a) Lectura de un cuento. b) Realización de un dramatizado. c) Juego de palabras. d) Ninguna de las anteriores.	a) Asignando colores a la incógnita. b) Dibujando y recortando objetos para los coeficientes e incógnitas. c) Uso de material lúdico. d) Ninguna de las anteriores.	a) Planos elaborados en material concreto. b) Papel plegado para definir formas. c) Uso de material lúdico. d) Ninguna de las anteriores.
REPRESENTACIÓN VERBAL	REPRESENTACIÓN SIMBÓLICA	REPRESENTACIÓN GRÁFICA							
a) Lectura de un cuento. b) Realización de un dramatizado. c) Juego de palabras. d) Ninguna de las anteriores.	a) Asignando colores a la incógnita. b) Dibujando y recortando objetos para los coeficientes e incógnitas. c) Uso de material lúdico. d) Ninguna de las anteriores.	a) Planos elaborados en material concreto. b) Papel plegado para definir formas. c) Uso de material lúdico. d) Ninguna de las anteriores.							
7	<p>¿Cree usted que solucionando ecuaciones lineales usando estas tres representaciones se aprende matemática?</p> <p>a) SÍ. b) NO. c) Algunas veces.</p>								

	ENCUESTA PARA PROFESORES DEL ÁREA DE MATEMÁTICAS	
Nombre: <u>Gloria Espinosa N.</u>	Fecha: <u>07/08/18</u>	Lic. Maira Alejandra Cortes Maestrante en educación.

Apreciado docente, de ante mano agradezco su disposición para contestar la presente encuesta, la cual tiene como propósito reunir información relevante sobre las metodologías usadas por los docentes de matemáticas en los procesos de enseñanza de las ecuaciones lineales, planteamiento que hace referencia a una problemática que es motivo de investigación y que actualmente se viene presentando en las clases, en cuanto a la solución de ecuaciones lineales.

La información que aquí quede consignada, únicamente tendrá un uso académico, ya que hace parte del proyecto de investigación mencionado, con el fin de alcanzar el título de magister en educación. Por tanto es netamente confidencial y por ningún motivo se revelara su nombre ni la institución a la cual usted hace parte.

Sus datos solicitados son con fines coherentes y específicos, logrando que el tratamiento de la información arroje resultados verídicos e indispensables para la demostración de una hipótesis. Por tanto agradezco su colaboración, sinceridad y tiempo, pues estos resultados son de gran importancia para mejorar los procesos educativos y dar grandes aportes al sistema educativo en general.

FASE 1 INFORMACIÓN GENERAL

Género Femenino: Masculino:
 Nombre de la institución donde enseña: Celmira Bueno de Dreguela
 La institución es rural: Urbana:
 Profesión: Licenciada en matemáticas
 Otros estudios realizados: Tecnólogo Química - esp. Gerencia de I.E.
 Grados en los que enseña: 6-9-10-11
 Tiempo en la docencia: 30 años

FASE 2. MARCO GENERAL: METODOLOGÍAS DE ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Valora las siguientes preguntas en una escala de 1 a 5, siendo 1 la valoración más baja y 5 la más alta:

#	PREGUNTA	Valor
1	Soy consciente del valor formativo, cultural e histórico de la matemática en la sociedad actual.	5
2	Conozco y me expreso con la terminología, rigor y notación adecuada.	5
3	Conozco diversos modelos y representaciones de los conceptos matemáticos.	5
4	Puedo citar problemas y situaciones actuales e históricas, en las que se aplican y tienen sentido los conceptos y procedimientos matemáticos.	5
5	Relaciono las representaciones entre los contenidos (álgebra y geometría, forma y número, etc.) utilizando y compartiendo con otros profesores las conexiones de las matemáticas con otras disciplinas.	3
6	Conozco estrategias variadas para la resolución de problemas con distintos contenidos matemáticos.	5
7	Tengo en cuenta las dificultades que presentan algunos contenidos matemáticos.	5
Cuando enseño un contenido matemático:		
8	Puedo identificar y prever problemas de aprendizaje (concepciones de los alumnos, errores y dificultades más frecuentes) y cuento con herramientas para resolverlos.	5
9	Reconozco las características cognitivas más significativas de los alumnos y distingo sus diferentes estilos cognitivos.	3
10	Me informo de la trayectoria de los alumnos a lo largo de la vida escolar.	3
❖ Cuando planifico las estrategias de enseñanza que se emplearan en la clase para determinado concepto:		
11	Tengo en cuenta las dificultades y carencias cognitivas que me puedo encontrar.	5
12	Dispongo de estrategias, usando materiales para introducir y mostrar utilidad de los conocimientos matemáticos.	5

CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA PARTICIPANTES DE INVESTIGACIÓN

El propósito de esta ficha de consentimiento es proveer a los participantes en esta investigación con una clara explicación de la naturaleza de la misma, así como de su rol en ella como participantes.

La presente investigación es conducida por Maira Alejandra Cortés Muñoz, de la Universidad Santiago de Cali. La meta de este estudio es analizar los procesos de enseñanza de los docentes de matemáticas, en el uso de las representaciones semióticas de las ecuaciones lineales.

Si usted accede a participar en este estudio, se le pedirá responder preguntas en una entrevista (o completar una encuesta, o lo que fuera según el caso). Esto tomará aproximadamente 40 minutos de su tiempo. Lo que conversemos durante estas sesiones se grabará, de modo que el investigador pueda transcribir después las ideas que usted haya expresado.

La participación en este estudio es estrictamente voluntaria. La información que se recoja será confidencial y no se usará para ningún otro propósito fuera de los de esta investigación. Sus respuestas al cuestionario y a la entrevista serán codificadas usando un número de identificación y por lo tanto, serán anónimas. Una vez transcritas las entrevistas, los cassettes con las grabaciones se destruirán.

Si tiene alguna duda sobre este proyecto, puede hacer preguntas en cualquier momento durante su participación en él. Igualmente, puede retirarse del proyecto en cualquier momento sin que eso lo perjudique en ninguna forma. Si alguna de las preguntas durante la entrevista le parecen incómodas, tiene usted el derecho de hacérselo saber al investigador o de no responderlas.



Desde ya le agradecemos su participación.

Acepto participar voluntariamente en esta investigación, conducida por Maira Alejandra Cortés Muñoz. He sido informado (a) de que la meta de este estudio es analizar los procesos de enseñanza de los docentes de matemáticas, en el uso de las representaciones semióticas de las ecuaciones lineales.

Me han indicado también que tendré que responder cuestionarios y preguntas en una entrevista, lo cual tomará aproximadamente 40 minutos.

Reconozco que la información que yo provea en el curso de esta investigación es estrictamente confidencial y no será usada para ningún otro propósito fuera de los de este estudio sin mi consentimiento. He sido informado de que puedo hacer preguntas sobre el proyecto en cualquier momento y que puedo retirarme del mismo cuando así lo decida, sin que esto acarree perjuicio alguno para mi persona.

Luz Marina Andrade Luz Marina A _____
 Nombre del Participante Firma del Participante Fecha
 (En letras de imprenta)

 UNIVERSIDAD SANTIAGO DE CHILE	ENCUESTA PARA PROFESORES DEL ÁREA DE MATEMÁTICAS	 FACULTAD DE EDUCACIÓN
Nombre: _____	Fecha: _____	Lic. Maira Alejandra Cortes Maestrante en educación.

Apreciado docente, de ante mano agradezco su disposición para contestar la presente encuesta, la cual tiene como propósito reunir información relevante sobre las metodologías usadas por los docentes de matemáticas en los procesos de enseñanza de las ecuaciones lineales, planteamiento que hace referencia a una problemática que es motivo de investigación y que actualmente se viene presentando en las clases, en cuanto a la solución de ecuaciones lineales.

La información que aquí quede consignada, únicamente tendrá un uso académico, ya que hace parte del proyecto de investigación mencionado, con el fin de alcanzar el título de magister en educación. Por tanto es netamente confidencial y por ningún motivo se revelara su nombre ni la institución a la cual usted hace parte.

Los datos solicitados son con fines coherentes y específicos, logrando que el tratamiento de la información arroje resultados verídicos e indispensables para la demostración de una hipótesis. Por tanto agradezco su colaboración, sinceridad y tiempo, pues estos resultados son de gran importancia para mejorar los procesos educativos y dar grandes aportes al sistema educativo en general.

FASE I INFORMACIÓN GENERAL

Género Femenino: Masculino: _____
 Nombre de la institución donde enseña: CBO
 La institución es rural: _____ Urbana:
 Profesión: Licenciada
 Otros estudios realizados: _____
 Grados en los que enseña: 4º
 Tiempo en la docencia: 15 años

FASE 2. MARCO GENERAL: METODOLOGÍAS DE ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Valora las siguientes preguntas en una escala de 1 a 5, siendo 1 la valoración más baja y 5 la más alta:

#	PREGUNTA	Valor
1	Soy consciente del valor formativo, cultural e histórico de la matemática en la sociedad actual.	5
2	Conozco y me expreso con la terminología, rigor y notación adecuada.	5
3	Conozco diversos modelos y representaciones de los conceptos matemáticos.	4
4	Puedo citar problemas y situaciones actuales e históricas, en las que se aplican y tienen sentido los conceptos y procedimientos matemáticos.	5
5	Relaciono las representaciones entre los contenidos (álgebra y geometría, forma y número, etc.) utilizando y compartiendo con otros profesores las conexiones de las matemáticas con otras disciplinas.	4
6	Conozco estrategias variadas para la resolución de problemas con distintos contenidos matemáticos.	4
7	Tengo en cuenta las dificultades que presentan algunos contenidos matemáticos.	5
<i>Cuando enseño un contenido matemático:</i>		
8	Puedo identificar y prever problemas de aprendizaje (concepciones de los alumnos, errores y dificultades más frecuentes) y cuento con herramientas para resolverlos.	4
9	Reconozco las características cognitivas más significativas de los alumnos y distingo sus diferentes estilos cognitivos.	5
10	Me informo de la trayectoria de los alumnos a lo largo de la vida escolar.	3
<i>❖ Cuando planifico las estrategias de enseñanza que se emplearan en la clase para determinado concepto:</i>		
11	Tengo en cuenta las dificultades y carencias cognitivas que me puedo encontrar.	4
12	Dispongo de estrategias, usando materiales para introducir y mostrar utilidad de los conocimientos matemáticos.	5

CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA PARTICIPANTES DE INVESTIGACIÓN

El propósito de esta ficha de consentimiento es proveer a los participantes en esta investigación con una clara explicación de la naturaleza de la misma, así como de su rol en ella como participantes.

La presente investigación es conducida por Maira Alejandra Cortés Muñoz, de la Universidad Santiago de Cali. La meta de este estudio es analizar los procesos de enseñanza de los docentes de matemáticas, en el uso de las representaciones semióticas de las ecuaciones lineales.

Si usted accede a participar en este estudio, se le pedirá responder preguntas en una entrevista (o completar una encuesta, o lo que fuera según el caso). Esto tomará aproximadamente 40 minutos de su tiempo. Lo que conversemos durante estas sesiones se grabará, de modo que el investigador pueda transcribir después las ideas que usted haya expresado.

La participación en este estudio es estrictamente voluntaria. La información que se recoja será confidencial y no se usará para ningún otro propósito fuera de los de esta investigación. Sus respuestas al cuestionario y a la entrevista serán codificadas usando un número de identificación y por lo tanto, serán anónimas. Una vez transcritas las entrevistas, los cassettes con las grabaciones se destruirán.

Si tiene alguna duda sobre este proyecto, puede hacer preguntas en cualquier momento durante su participación en él. Igualmente, puede retirarse del proyecto en cualquier momento sin que eso lo perjudique en ninguna forma. Si alguna de las preguntas durante la entrevista le parecen incómodas, tiene usted el derecho de hacérselo saber al investigador o de no responderlas.

Desde ya le agradecemos su participación.

Acepto participar voluntariamente en esta investigación, conducida por Maira Alejandra Cortés Muñoz. He sido informado (a) de que la meta de este estudio es analizar los procesos de enseñanza de los docentes de matemáticas, en el uso de las representaciones semióticas de las ecuaciones lineales.

Me han indicado también que tendré que responder cuestionarios y preguntas en una entrevista, lo cual tomará aproximadamente 40 minutos.



Reconozco que la información que yo provea en el curso de esta investigación es estrictamente confidencial y no será usada para ningún otro propósito fuera de los de este estudio sin mi consentimiento. He sido informado de que puedo hacer preguntas sobre el proyecto en cualquier momento y que puedo retirarme del mismo cuando así lo decida, sin que esto acarree perjuicio alguno para mi persona.

ELVIS PSZ

Nombre del Participante
(En letras de imprenta)

Firma del Participante

Fecha

 UNIVERSIDAD SANTIAGO DE CHILE	ENCUESTA PARA PROFESORES DEL ÁREA DE MATEMÁTICAS	
Nombre: _____	Fecha: _____	Lic. Maira Alejandra Cortes Maestrante en educación.

Apreciado docente, de ante mano agradezco su disposición para contestar la presente encuesta, la cual tiene como propósito reunir información relevante sobre las metodologías usadas por los docentes de matemáticas en los procesos de enseñanza de las ecuaciones lineales, planteamiento que hace referencia a una problemática que es motivo de investigación y que actualmente se viene presentando en las clases, en cuanto a la solución de ecuaciones lineales.

La información que aquí quede consignada, únicamente tendrá un uso académico, ya que hace parte del proyecto de investigación mencionado, con el fin de alcanzar el título de magister en educación. Por tanto es netamente confidencial y por ningún motivo se revelara su nombre ni la institución a la cual usted hace parte.

Los datos solicitados son con fines coherentes y específicos, logrando que el tratamiento de la información arroje resultados verídicos e indispensables para la demostración de una hipótesis. Por tanto agradezco su colaboración, sinceridad y tiempo, pues estos resultados son de gran importancia para mejorar los procesos educativos y dar grandes aportes al sistema educativo en general.

FASE 1 INFORMACIÓN GENERAL



Género: Femenino; Masculino: K
 Nombre de la institución donde enseña: ILE CARMELA BUENO
 La institución es rural: _____ Urbana: _____
 Profesión: DOCENTE
 Otros estudios realizados: ESPECIALIZACION
 Grados en los que enseña: 7º y 9º
 Tiempo en la docencia: 20

FASE 2. MARCO GENERAL: METODOLOGÍAS DE ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Valora las siguientes preguntas en una escala de 1 a 5, siendo 1 la valoración más baja y 5 la más alta:

#	PREGUNTA	Valor
1	Soy consciente del valor formativo, cultural e histórico de la matemática en la sociedad actual.	5
2	Conozco y me expreso con la terminología, rigor y notación adecuada.	5
3	Conozco diversos modelos y representaciones de los conceptos matemáticos.	4
4	Puedo citar problemas y situaciones actuales e históricas, en las que se aplican y tienen sentido los conceptos y procedimientos matemáticos.	5
5	Relaciono las representaciones entre los contenidos (álgebra y geometría, forma y número, etc.) utilizando y compartiendo con otros profesores las conexiones de las matemáticas con otras disciplinas.	5
6	Conozco estrategias variadas para la resolución de problemas con distintos contenidos matemáticos.	5
7	Tengo en cuenta las dificultades que presentan algunos contenidos matemáticos.	5
<i>Cuando enseño un contenido matemático:</i>		
8	Puedo identificar y prever problemas de aprendizaje (concepciones de los alumnos, errores y dificultades más frecuentes) y cuento con herramientas para resolverlos.	4
9	Reconozco las características cognitivas más significativas de los alumnos y distingo sus diferentes estilos cognitivos.	5
10	Me informo de la trayectoria de los alumnos a lo largo de la vida escolar.	4
<i>❖ Cuando planifico las estrategias de enseñanza que se emplearan en la clase para determinado concepto:</i>		
11	Tengo en cuenta las dificultades y carencias cognitivas que me puedo encontrar.	4
12	Dispongo de estrategias, usando materiales para introducir y mostrar utilidad de los conocimientos matemáticos.	4

Anexos 2. Encuesta para estudiantes de 4° y 5°

	ENCUESTA PARA ESTUDIANTES DE GRADO 4° Y 5°	
Nombre: _____ 4° Y 5°	Fecha: _____	Lic. Maira Alejandra Cortes Maestrante en educación.














Apreciado estudiante la información que se obtendrá de esta encuesta, será de uso exclusivamente académico, es un proceso fundamental de nuestro proyecto de investigación de la Maestría en Educación y no se pretende revelar el nombre suyo ni de la institución a la que pertenece. Los datos aquí registrados tienen como fin dar sustento a los objetivos planteados y obtener una información coherente. Les agradecemos su tiempo, disposición y sinceridad, ya que de éstos depende la veracidad del producto que se obtendrá en nuestra investigación.

1. INFORMACIÓN GENERAL

Género Femenino: _____ Masculino: _____

Nombre de la institución donde estudia: _____

Grado que cursa: _____



<p>1. Según la información de la imagen, los valores de los objetos son:</p> <p style="text-align: center;">  = 30  = 18  = 2 </p> <p>A.</p> <p>  = 3  = 6  = 10 </p> <p>B.</p> <p>  = 10  = 4  = 2 </p> <p>C.</p> <p>  = 8  = 3  = 1 </p>	<p>2. El valor del interrogante de la siguiente imagen es:</p> <p style="text-align: center;">  </p> <p>A. 12 B. 10 C. 16</p> <p>3. Los materiales que utiliza el profesor para la explicación de este tipo de ejercicios u otros es:</p> <p>D. Dispositivos móviles (celulares, computadores, etc.) que les ayuden a encontrar la respuesta. E. Juegos, objetos para manipular, actividades lúdicas que permiten entender el problema. F. Ninguna de las anteriores.</p> <p>4. Este tipo de ejercicios los realiza el profesor en clase y aquellos que tengo que resolver en casa:</p> <p>D. No los entiendo, se me dificulta resolverlos porque son diferentes a los explicados en clase. E. Utilizo las recomendaciones del profesor y todas las formas que usa para resolverlos en clase y no me resulta difícil de solucionarlos. F. Siempre sigo los pasos que el profesor explica y algunos puedo resolverlos en casa otros no.</p> <p>5. Juan tiene el doble de dinero que Pepe y entre los dos tienen \$123 ¿Cuánto dinero tiene Pepe?</p> <p>A. \$41 B. \$38 C. \$42</p>
---	--

6. ¿Su profesor le da pautas o pasos para solucionar problemas como el anterior u otros?
- A. SI
B. NO
7. En caso de que el profesor le de las pautas, seleccione Cuál.
- A. Explica mediante ejemplos en el tablero.
B. Lleva a la clase los billetes para contar con ellos y encontrar la solución al problema.
C. Utiliza programas para jugar en el computador y encontrar la respuesta correcta.
8. Cuando le muestras otras formas de encontrar valores desconocidos, en un problema matemático a tu profesor:
- D. Te pide que sigas los pasos vistos en clase.
E. Te anima y te felicita por haber llegado a la solución usando otro camino.
F. Te reta para que encuentres la solución de otros ejercicios utilizando tu estrategia.

TABLA DE RESPUESTAS

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

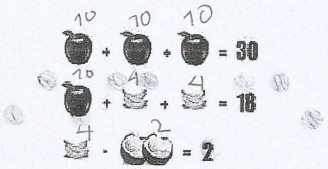
Muchas gracias por tu disposición!!!

 USC UNIVERSIDAD SANTIAGO DE CHILE	ENCUESTA PARA ESTUDIANTES DE GRADO 4° Y 5°	
Nombre: <u>Laura Marrerín</u> 4° Y 5°	Fecha: <u>1 agosto</u> <u>2018</u>	Lic. Maira Alejandra Cortes Maestrante en educación.




Apreciado estudiante la información que se obtendrá de esta encuesta, será de uso exclusivamente académico, es un proceso fundamental de nuestro proyecto de investigación de la Maestría en Educación y no se pretende revelar el nombre suyo ni de la institución a la que pertenece. Los datos aquí registrados tienen como fin dar sustento a los objetivos planteados y obtener una información coherente. Les agradecemos su tiempo, disposición y sinceridad, ya que de éstos depende la veracidad del producto que se obtendrá en nuestra investigación.

1. INFORMACIÓN GENERAL
 Género Femenino: Masculino: _____
 Nombre de la institución donde estudia: celmisa
 Grado que cursa: 5-2




1. Según la información de la imagen, los valores de los objetos son:






A.

-  = 3
-  = 6
-  = 10


B.

-  = 10
-  = 4
-  = 2

C.

-  = 8
-  = 3
-  = 1

2. El valor del interrogante de la siguiente imagen es:



A. 12
 B. 10 *No esta la*
 C. 15 *respuesta es 16*
 → D. N.A

3. Los materiales que utiliza el profesor para la explicación de este tipo de ejercicios u otros es:

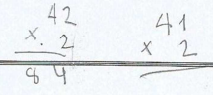
- A. Dispositivos móviles (celulares, computadores, etc.) que les ayuden a encontrar la respuesta.
- B. Juegos, objetos para manipular, actividades lúdicas que permiten entender el problema.
- C. Ninguna de las anteriores.

4. Este tipo de ejercicios los realiza el profesor en clase y aquellos que tengo que resolver en casa:

- A. No los entiendo, se me dificulta resolverlos porque son diferentes a los explicados en clase.
- B. Utilizo las recomendaciones del profesor y todas las formas que usa para resolverlos en clase y no me resulta difícil de solucionarlos.
- C. Siempre sigo los pasos que el profesor explica y algunos puedo resolverlos en casa otros no.



5. Juan tiene el doble de dinero que Pepe y entre los dos tienen \$123 ¿Cuánto dinero tiene Pepe?

A. \$41
 B. \$38
 C. \$42



$$\begin{array}{r} 123 \\ \times 2 \\ \hline 246 \end{array}$$

Anexos 3. Encuesta para estudiantes de 6° y 7°

	ENCUESTA PARA ESTUDIANTES DE GRADO 6° Y 7°	
Nombre: _____ 6° Y 7°	Fecha: _____	Lic. Maira Alejandra Cortes Maestrante en educación.

Apreciado estudiante la información que se obtendrá de esta encuesta, será de uso exclusivamente académico, es un proceso fundamental de nuestro proyecto de investigación de la Maestría en Educación y no se pretende revelar el nombre suyo ni de la institución a la que pertenece. Los datos aquí registrados tienen como fin dar sustento a los objetivos planteados y obtener una información coherente. Les agradecemos su tiempo, disposición y sinceridad, ya que de éstos depende la veracidad del producto que se obtendrá en nuestra investigación.

INFORMACIÓN GENERAL



Género Femenino: _____ Masculino: _____

Nombre de la institución donde estudia: _____

Grado que cursa: _____

<p>2. Si a la edad de Rodrigo se le suma su mitad se obtiene la edad de Andrea. ¿Cuál es la edad de Rodrigo si Andrea tiene 24 años? La ecuación adecuada para la solución del anterior problema es:</p> <p>A. $x + \frac{x}{2} = 24$</p> <p>B. $x + 2 = 24$</p> <p>C. $x + 2 = 24$</p> <p>3. La edad de Rodrigo es:</p> <p>A. 8 años.</p> <p>B. 19 años.</p> <p>C. 16 años.</p> <p>4. Los materiales que utiliza el profesor para la explicación de este tipo de ejercicios u otros es:</p> <p>A. Dispositivos móviles (celulares, computadores, etc.) que nos ayuden a encontrar la respuesta.</p> <p>B. Juegos, objetos para manipular, actividades lúdicas que permiten entender el problema.</p> <p>C. Ninguno de los anteriores.</p>	<p>5. Este tipo de ejercicios los realiza el profesor en clase y aquellos que tengo que resolver en casa:</p> <p>A. No los entiendo, se me dificulta resolverlos porque son diferentes a los explicados en clase</p> <p>B. No me resultan difícil de solucionar, porque me guío en todas las formas empleadas por el profesor para lograr solucionarlos.</p> <p>C. Algunos logro resolver otros no, aun siguiendo el paso a paso explicado por el profesor.</p> <p>6. En la siguiente ecuación $4x + 18 = 76$ el valor de la incógnita es:</p> <p>A. $x = 14,5$</p> <p>B. $x = 10,5$</p> <p>C. $x = 40,5$</p> <p>7. En un rectángulo la base mide 18 cm más que la altura y el perímetro mide 76 cm. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?. La ecuación que permite el desarrollo del problema es:</p> <p>A. $x + x + (x + 18) + (x + 18) = 76$</p> <p>B. $x + 18 = 76$</p> <p>C. $x + x = 76$</p>
---	---

<p>8. ¿Existe alguna relación el ejercicio 5 y 6?</p> <p>A. Sí, porque representan la misma ecuación.</p> <p>B. No, porque son dos ejercicios totalmente diferentes.</p> <p>9. Encuentras mayor dificultad en resolver:</p> <p>A. La ecuación del ejercicio 5 porque se me olvidan las reglas que se deben tener en cuenta en relación con las operaciones.</p> <p>B. El problema del ejercicio 6 porque no logro extraer los valores y definir cuál es el valor desconocido.</p> <p>C. Ninguno de los dos porque las explicaciones del profesor han llevado que logre relacionar las dos formas.</p> <p>10. El profesor se interesa por ayudarme a solucionar mis dificultades en matemáticas, empleando:</p> <p>D. Ejemplos repetitivos hasta que logre hacer problemas similares.</p> <p>E. Materiales, juegos y actividades Lúdicas que me motivan y me hacen reconocer que soy bueno en matemáticas.</p> <p>F. Experiencias de la vida cotidiana que me hacen relacionarlas con los problemas que se plantean en clase.</p>	<p>11. En primaria me gustaban las matemáticas porque:</p> <p>D. Me gustaba cómo enseñaba mi profesor de matemáticas.</p> <p>E. El profesor me aconsejaba, las clases eran participativas y me enseñaba a estudiar.</p> <p>F. No ha cambiado el gusto porque en bachillerato el profesor se interesa por ayudarme a solucionar mis dificultades con las matemáticas</p> <p>TABLA DE RESPUESTAS</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> <th>7</th> <th>8</th> <th>9</th> <th>10</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>A</th> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> </tr> <tr> <th>B</th> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> </tr> <tr> <th>C</th> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> </tr> <tr> <th>D</th> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> <td><input type="radio"/></td> </tr> </tbody> </table> <p>Muchas gracias por tu disposición!!!</p>		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	B	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	C	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	D	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																														
A	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>																																														
B	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>																																														
C	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>																																														
D	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>																																														

	ENCUESTA PARA ESTUDIANTES DE GRADO 6° Y 7°	
Nombre: <u>Isabella Gique Cabillos</u> 6° Y 7°	Fecha: <u>19 de junio</u> <u>2018</u>	Lic. Maira Alejandra Cortes Maestrante en educación.



Apreciado estudiante la información que se obtendrá de esta encuesta, será de uso exclusivamente académico, es un proceso fundamental de nuestro proyecto de investigación de la Maestría en Educación y no se pretende revelar el nombre suyo ni de la institución a la que pertenece. Los datos aquí registrados tienen como fin dar sustento a los objetivos planteados y obtener una información coherente. Les agradecemos su tiempo, disposición y sinceridad, ya que de éstos depende la veracidad del producto que se obtendrá en nuestra investigación.

INFORMACIÓN GENERAL

Género Femenino: Masculino: _____
 Nombre de la institución donde estudia: Primaria Buena de Oreduria
 Grado que cursa: 6-6

<p>1. Si a la edad de Rodrigo se le suma su mitad se obtiene la edad de Andrea. ¿Cuál es la edad de Rodrigo si Andrea tiene 24 años? La ecuación adecuada para la solución del anterior problema es:</p> <p><input checked="" type="radio"/> A. $x + \frac{x}{2} = 24$</p> <p>B. $x + 2 = 24$</p> <p>C. $x + 2 = 24$</p> <p>2. La edad de Rodrigo es:</p> <p>A. 8 años.</p> <p>B. 19 años.</p> <p><input checked="" type="radio"/> C. 16 años.</p> <p>3. Los materiales que utiliza el profesor para la explicación de este tipo de ejercicios u otros es:</p> <p>A. Dispositivos móviles (celulares, computadores, etc.) que nos ayuden a encontrar la respuesta.</p> <p>B. Juegos, objetos para manipular, actividades lúdicas que permiten entender el problema.</p> <p><input checked="" type="radio"/> C. Ninguno de los anteriores.</p>	<p>4. Este tipo de ejercicios los realiza el profesor en clase y aquellos que tengo que resolver en casa:</p> <p>A. No los entiendo, se me dificulta resolverlos porque son diferentes a los explicados en clase</p> <p>B. No me resultan difícil de solucionar, porque me guío en todas las formas empleadas por el profesor para lograr solucionarlos.</p> <p><input checked="" type="radio"/> C. Algunos logro resolver otros no, aun siguiendo el paso a paso explicado por el profesor.</p> <p>5. En la siguiente ecuación, el valor de la incógnita es: $4x + 18 = 76$</p> <p><input checked="" type="radio"/> A. $x = 14,5$ $4x = 76 - 18$</p> <p>B. $x = 10,5$ $4x = 58$</p> <p>C. $x = 40,5$ $x = 14,5$</p> <p>6. En un rectángulo la base mide 18 cm más que la altura y el perímetro mide 76 cm. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo? La ecuación que permite el desarrollo del problema es:</p> <p>A. $x + x + (x + 18) + (x + 18) = 76$</p> <p>B. $4x + 18 = 76$</p> <p>C. $x + x = 76$</p>
--	--

Anexos 4. Encuesta para estudiantes de 8° y 9°

	ENCUESTA PARA ESTUDIANTES DE GRADO 8° Y 9°	
Nombre: _____	Fecha: _____	Lic. Maira Alejandra Cortes Maestrante en educación.

Apreciado estudiante la información que se obtendrá de esta encuesta, será de uso exclusivamente académico, es un proceso fundamental de nuestro proyecto de investigación de la Maestría en Educación y no se pretende revelar el nombre suyo ni de la institución a la que pertenece. Los datos aquí registrados tienen como fin dar sustento a los objetivos planteados y obtener una información coherente. Les agradecemos su tiempo, disposición y sinceridad, ya que de éstos depende la veracidad del producto que se obtendrá en nuestra investigación.



INFORMACIÓN GENERAL

Género Femenino: _____ Masculino: _____

Nombre de la institución donde estudia: _____

Grado que cursa: _____

<p>1. Al despejar F de la siguiente ecuación $60F=100.(F-2)$ se obtiene:</p> <p>A. $F = 6$ B. $F = 5$ C. $F = 1$</p> <p>2. El profesor de matemáticas aborda en clase este tipo de ejercicios u otros...</p> <p>D. Explicando una secuencia de pasos, usando reglas y propiedades para su solución. E. Planteando una situación cotidiana que esté relacionada con el valor desconocido para hallar su solución. F. Usando materiales, juegos y actividades Lúdicas para relacionar términos semejantes y hallar el valor desconocido.</p>	<p>3. Un camión sale de una ciudad a una velocidad de 60km/h. Dos horas más tarde sale en su persecución un carro a 100 km/h ¿Cuánto tardarán en encontrarse?</p> <p>A. Camión: 5 horas Carro: 3 horas. B. Camión: 1 hora Carro: 2 horas. C. Camión: 2 horas Carro: 3 horas.</p> <p>4. ¿Tiene relación el ejercicio 1 y 3?</p> <p>A. Sí, porque representan la misma ecuación. B. No, porque son dos ejercicios totalmente diferentes.</p> <p>5. Encuentras mayor dificultad en resolver:</p> <p>A. La ecuación del ejercicio 1 porque se me olvidan las reglas que se deben tener en cuenta en relación con las operaciones. B. El problema del ejercicio 3 porque no logro extraer los valores e identificar cuál es el valor desconocido. C. Ninguno de los dos porque las explicaciones del profesor han llevado que logre relacionar las dos formas.</p>
---	--

	ENCUESTA PARA ESTUDIANTES DE GRADO 8° Y 9°	
Nombre: <u>CARLOS ANDRÉS CARRO</u>	Fecha: <u>1-7-20</u>	Lic. Maira Alejandra Cortes Maestrante en educación.



Apreciado estudiante la información que se obtendrá de esta encuesta, será de uso exclusivamente académico, es un proceso fundamental de nuestro proyecto de investigación de la Maestría en Educación y no se pretende revelar el nombre suyo ni de la institución a la que pertenece. Los datos aquí registrados tienen como fin dar sustento a los objetivos planteados y obtener una información coherente. Les agradecemos su tiempo, disposición y sinceridad, ya que de éstos depende la veracidad del producto que se obtendrá en nuestra investigación.

INFORMACIÓN GENERAL

Género Femenino: _____ Masculino: X
 Nombre de la institución donde estudia: Institución Educativa Cebrino
 Grado que cursa: 9-1 Buena de Arroyuelo

<p>1. Al despejar F de la siguiente ecuación $60F=100.(F-2)$ se obtiene:</p> <p style="margin-left: 40px;"> $60F = 100.(F-2)$ $60(5) = 100.(5-2)$ $300 = 100.3$ $300 = 300$ </p> <p>A. $F=6$ <input checked="" type="radio"/> B. $F=5$ C. $F=1$</p> <p>2. El profesor de matemáticas aborda en clase este tipo de ejercicios u otros...</p> <p><input checked="" type="radio"/> A. Explicando una secuencia de pasos, usando reglas y propiedades para su solución. B. Planteando una situación cotidiana que esté relacionada con el valor desconocido para hallar su solución. C. Usando materiales, juegos y actividades Lúdicas para relacionar términos semejantes y hallar el valor desconocido.</p>	<p>3. Un camión sale de una ciudad a una velocidad de 60km/h. Dos horas más tarde sale en su persecución un carro a 100 km/h ¿Cuánto tardarán en encontrarse?</p> <p><input checked="" type="radio"/> A. Camión: 5 horas Carro: 3 horas. B. Camión: 1 hora Carro: 2 horas. C. Camión: 2 horas Carro: 3 horas.</p> <p>4. ¿Tiene relación el ejercicio 1 y 3?</p> <p><input checked="" type="radio"/> A. Sí, porque representan la misma ecuación. B. No, porque son dos ejercicios totalmente diferentes.</p> <p>5. Encuentras mayor dificultad en resolver:</p> <p>A. La ecuación del ejercicio 5 porque se me olvidan las reglas que se deben tener en cuenta en relación con las operaciones. <input checked="" type="radio"/> B. El problema del ejercicio 3 porque no logro extraer los valores e identificar cuál es el valor desconocido. C. Ninguno de los dos porque las explicaciones del profesor han llevado que logre relacionar las dos formas.</p>
---	---

Anexos 5. Rúbrica de observación de la clase

	GUÍA DE OBSERVACIÓN DE UNA CLASE DE MATEMÁTICAS	
Fecha de observación: _____ Grupo: _____ Colegio: _____ Profesor: _____		Lic. Maira Alejandra Cortes Maestrante en Educación.

Propósito:

Conocer si dentro de la clase de matemática, el profesor utiliza dentro de su metodología las representaciones semióticas en el concepto de ecuación lineal.



ASPECTOS A OBSERVAR: CON RESPECTO AL DOCENTE

A continuación, se darán unos ítems para marcar con X el sí o no, de acuerdo a lo visto en la clase.

ORGANIZACIÓN DE CLASE	SI	NO
1. ¿Inicia puntal la clase?		
2. ¿Hace una socialización de lo visto anteriormente?		
3. ¿Da a conocer los objetivos de la clase a los estudiantes?		
4. ¿Presenta el tema de la clase a los estudiantes?		
CON RESPECTO A LAS METODOLOGIAS DE ENSEÑANZA	SI	NO
5. ¿Toma las experiencias previas de los estudiantes como punto de partida de la clase?		
6. ¿Presenta el tema utilizando ejemplos reales o anecdóticos, experiencias o Demostraciones?		
7. ¿Relaciona el tema con otros elementos, usando objetos para su representación?		
8. ¿ Emplea materiales y recursos para explicar un concepto matemático, evitando el uso continuo del tablero en sus clase		
9. ¿Establece diferencias entre representaciones verbales y simbólicas?		
10. ¿Utiliza material concreto para hacer una distinción entre el objeto y su representación?		
11. ¿Presenta los temas desligados o va haciendo conexiones con otros temas?		
12. ¿Verifica que todo el grupo esté comprendiendo lo explicado en la clase?		
13. ¿Presenta varias formas de representar el objeto matemático?		
14. ¿Durante toda la clase realiza ejemplos con el mismo orden, la misma secuencia y usando la misma representación?		
15. ¿Utiliza instrumentos tecnológicos en función de las actividades propuestas?		

CON RESPECTO AL AMBIENTE EN EL AULA	SI	NO
16. ¿Es afectuoso y cálido con los estudiantes?		
17. ¿Trata con respeto y amabilidad a los estudiantes?		
18. ¿Motiva a los estudiantes a participar activamente en la clase?		
19. ¿Mantiene la disciplina en el aula?		
20. ¿Sale del aula a otros espacios para llevar a los estudiantes al reconocimiento de los objetos matemáticos y emplearlos para el aprendizaje de sus estudiantes?		

OTRAS OBSERVACIONES:

	GUÍA DE OBSERVACIÓN DE UNA CLASE DE MATEMÁTICAS	
Fecha de observación: <u>01/09/18</u> Grupo: <u>5-2 Quinto</u> Colegio: <u>Admiral Bueno</u> Profesor: <u>Clara Inés</u>		Lic. Maira Alejandra Cortes Maestrante en Educación.

Propósito:

Conocer si dentro de la clase de matemática, el profesor utiliza dentro de su metodología las representaciones semióticas en el concepto de ecuación lineal.

ASPECTOS A EVALUAR: CON RESPECTO AL DOCENTE

A continuación, se darán unos ítems para marcar con X el sí o no, de acuerdo a lo visto en la clase.

ORGANIZACIÓN DE CLASE	SI	NO
¿Inicia puntal la clase?	✓	
¿Hace una socialización de lo visto anteriormente?	✓	
¿Da a conocer los objetivos de la clase a los estudiantes?	✓	
¿Presenta el tema de la clase a los estudiantes?		✓
CON RESPECTO A LAS METODOLOGIAS DE ENSEÑANZA		
	SI	NO
¿Toma las experiencias previas de los estudiantes como punto de partida de la clase?		✓
¿Presenta el tema utilizando ejemplos reales o anecdóticos, experiencias o Demostraciones?		✓
¿Relaciona el tema con otros elementos, usando objetos para su representación?		✓
¿Emplea materiales y recursos para explicar un concepto matemático, evitando el uso continuo del tablero en sus clase		✓
¿Establece diferencias entre representaciones verbales y simbólicas?	✓	
¿Utiliza material concreto para hacer una distinción entre el objeto y su representación?		✓
¿Presenta los temas desligados o va haciendo conexiones con otros temas?	✓	✓
¿Verifica que todo el grupo esté comprendiendo lo explicado en la clase? Como:	✓	
<i>Realizando preguntas en Consenso, algunos se distraen y conversan en clase</i>		
¿Presenta varias formas de representar el objeto matemático o solo se limita a una sola? <i>Se limita unicamente a la simbólica</i>		✓
¿Durante toda la clase realiza ejemplos con el mismo orden, la misma secuencia y usando la misma representación?	✓	
¿Utiliza instrumentos tecnológicos en función de las actividades propuestas?		✓

CON RESPECTO AL AMBIENTE EN EL AULA	SI	NO
¿Es afectuoso y cálido con los estudiantes?	✓	
¿Trata con respeto y amabilidad a los estudiantes?	✓	
¿Motiva a los estudiantes a participar activamente en la clase?	✓	
¿Mantiene la disciplina en el aula?	✓	
¿Sale del aula a otros espacios para llevar a los estudiantes al reconocimiento de los objetos matemáticos y emplearlos para el aprendizaje de sus estudiantes?		✓

OTRAS OBSERVACIONES:

Inicio de clase, petición de silencio con algunas actividades de ejercitación.

Llamado a lista - situaciones de rutina.

Juego de multiplicaciones.

Luego de esto la profesora inicia con una retroalimentación de lo visto la clase anterior, para ello los motiva a salir al tablero a realizar un ejercicio, varios estudiantes levantan la mano y uno a uno salen al tablero.

Después de esto la docente les propone un ejercicio, el cual es mediante un dictado verificando que todos los estudiantes estén copiando el ejercicio.

Se realiza la verificación de algunos estudiantes que se encuentran en la parte de atrás si están resolviendo el ejercicio, la profesora pregunta si hay estudiantes que no han comprendido la temática vista desde la clase anterior varios dicen que no han comprendido.

- * Usa lenguaje matemático
- * Los estudiantes están abiertos a reconocer que no han entendido.
- * Hay algunos estudiantes en la parte de atrás que no han comprendido el concepto.
- * Hay alegría en la clase y buena empatía con los estudiantes
- * No se plantean situaciones problema, solo ejercicios con la misma estructura, en la misma secuencia
- * Establece solo una diferencia entre lo verbal y simbólico del cuadrado de un número.
- * Estudiantes que se levantan de su puesto constantemente.
- * Se plantean en el tablero varios ejercicios con el mismo orden todos con la misma secuencia, más de 10 ejercicios.




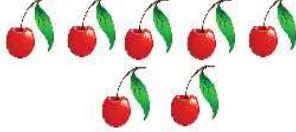
Anexos 6. Actividad 1 estrategia metodológica

¿Qué fruta es igual?



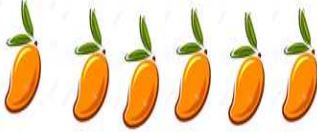
Actividad 1. Resuelvan los siguientes ejercicios, tomando en consideración cada una de las imágenes presentadas.

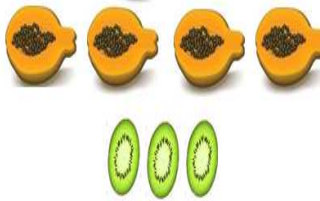
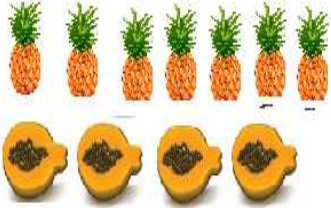
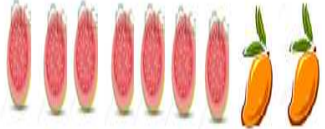
- Determina el valor de cada una de las frutas con la información proporcionada en cada nivel

A).

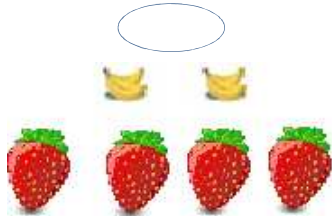
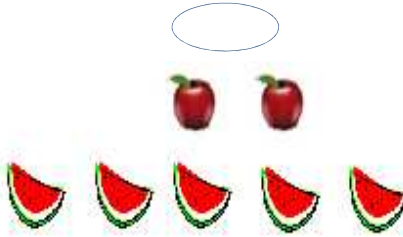



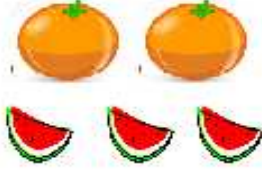
Nivel 1		
a) ¿Cuál es el valor de una manzana? <input type="text"/>  19	b) ¿Cuál es el valor de una sandía? <input type="text"/>  39	c) ¿Cuál es el valor de una piña? <input type="text"/>  95
 4	 20	 70

B).

Nivel 2		
a) ¿Cuál es el valor de dos papayas? <input type="text"/>  21	b) ¿Cuál es el valor de tres papayas? <input type="text"/>  18	c) ¿Cuál es el valor de cuatro guayabas? <input type="text"/>  72

 <p>61</p>	 <p>69</p>	 <p>102</p>
---	---	--

C).

Nivel 3	
<p>a) ¿Cuál es el valor de un melocotón?</p> <p><input type="text"/></p>  <p>48</p>	<p>b) ¿Cuál es el valor de una naranja?</p> <p><input type="text"/></p>  <p>57</p>
 <p>39</p>	 <p>50</p>
 <p>43</p>	 <p>41</p>

Anexos 7. Actividad 2 estrategia metodológica

¿Cómo son las ecuaciones?

Actividad 2. Nivel 1. Emplee los procedimientos planteados para hallar el valor desconocido de la ecuación $x + 5 = 12$:

<i>Cubriendo datos</i>	<i>Valor opuesto</i>	<i>Sustituyendo valores</i>																		
<p>Propósito: encontrar el número que está cubierto.</p> $x + 5 = 12$ $\square + 5 = 12$ $x = \square$	<p>Propósito: completar el diagrama y hallar la solución del valor desconocido.</p> $x + 5 = 12$ $x + 5 - \square = 12 - \square$ $x = \square$	<p>Propósito: completar la tabla y hallar la solución de la ecuación, deben colorearla.</p> <table border="1"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>$() + 5 =$</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>$() + 5 =$</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>$() + 5 =$</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>$() + 5 =$</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>$() + 5 =$</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>9</td> <td>$() + 5 =$</td> <td>12</td> </tr> </tbody> </table>	x	$() + 5 =$	12	5	$() + 5 =$	12	6	$() + 5 =$	12	7	$() + 5 =$	12	8	$() + 5 =$	12	9	$() + 5 =$	12
x	$() + 5 =$	12																		
5	$() + 5 =$	12																		
6	$() + 5 =$	12																		
7	$() + 5 =$	12																		
8	$() + 5 =$	12																		
9	$() + 5 =$	12																		

Nivel 2. Resolver la ecuación $4Z = -16$ mediante los siguientes procedimientos:

<i>Cubriendo datos</i>	<i>Valor opuesto</i>	<i>Sustituyendo valores</i>																		
<p>Propósito: encontrar el número que está cubierto.</p> $4Z = -16$ $4 \square = -16$ $Z = \square$	<p>Propósito: completar el diagrama y hallar la solución del valor desconocido.</p> $4Z = -16$ $4Z = -16 \div \square = -16 \square$ $Z = \square$	<p>Propósito: completar la tabla y hallar la solución de la ecuación, deben colorearla.</p> <table border="1"> <tbody> <tr> <td>z</td> <td>$4() =$</td> <td>-16</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>$4() =$</td> <td>-16</td> </tr> <tr> <td>-1</td> <td>$4() =$</td> <td>-16</td> </tr> <tr> <td>-2</td> <td>$4() =$</td> <td>-16</td> </tr> <tr> <td>-3</td> <td>$4() =$</td> <td>-16</td> </tr> <tr> <td>-4</td> <td>$4() =$</td> <td>-16</td> </tr> </tbody> </table>	z	$4() =$	-16	0	$4() =$	-16	-1	$4() =$	-16	-2	$4() =$	-16	-3	$4() =$	-16	-4	$4() =$	-16
z	$4() =$	-16																		
0	$4() =$	-16																		
-1	$4() =$	-16																		
-2	$4() =$	-16																		
-3	$4() =$	-16																		
-4	$4() =$	-16																		

Anexos 8. Actividad 3 estrategia metodológica**Anexo 8**

Guía de trabajo

¡Vamos al mundo mágico de las ecuaciones!**Actividad 3.** Cuento “El mundo de las ecuaciones”**“EL MUNDO DE LAS ECUACIONES”**

Érase una vez en el mundo de las ecuaciones donde había dos reinos: el “reino de los números” y “el reino de las letras”. Los dos reinos tenían siempre el mismo valor, sino, entre los dos había guerra, cosa que aparte de los dos reinos, nadie quería.

Para que los dos reinos valiesen siempre lo mismo, había un dragón controlado por el mago Merlín. La misión del Dragón era sustraer o sumar.

Hubo una vez un problema: el mago Merlín enfermó y el Dragón se puso a quitar y poner valores a lo loco y los dos reinos entraron en guerra. El pánico se apoderó de todo el mundo, pero el Dragón que era bueno dijo: “Os pondré una ecuación y si la resolvéis volveré a controlarme”.

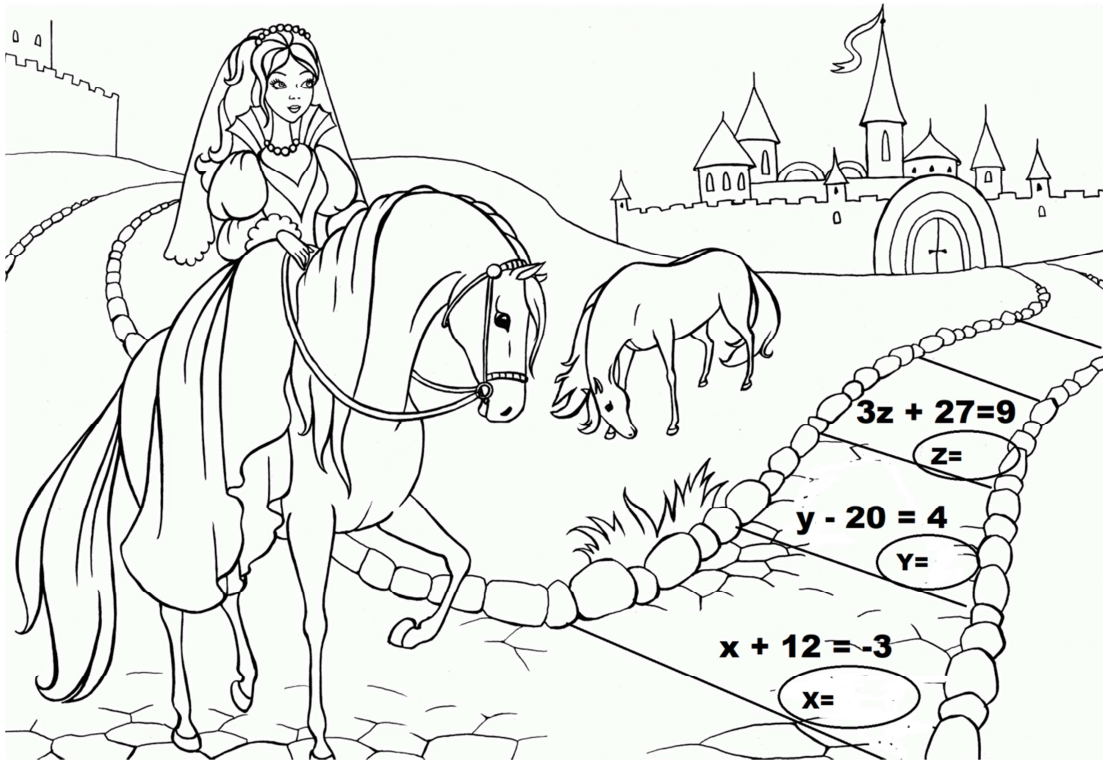
Y después dijo: -la ecuación es: $3x + 2 = 22 - 2x$

Enseguida todo el pueblo dijo: “El resultado es 4”.

Como el resultado era correcto el Dragón volvió a controlarse, y si a eso unimos que Merlín se curó, el pueblo quedó muy feliz y la paz volvió a reinar en el “mundo de las ecuaciones

Tomado de <http://matecuentos.blogspot.com/2009/09/el-mundo-de-las-ecuaciones.html>

A). El día de hoy vas a visitar dicho reino, para poder llegar debes resolver las ecuaciones que te encuentres en el camino:



B). Soluciona las ecuaciones y empieza a darle color al pueblo de acuerdo al valor desconocido:

a) $2X = 16$

b) $Y - 7 = 10$

c) $36W = 72$

d) $14 + X = 26$

e) $3Z + 5 = 23$

f) $2W - 7 = 11$

g) $2Y - 3 = Y + 2$

h) $Z - 8 = -9$

Verde: 6

Azul oscuro: 8

Morado: -1

Rojo: 2

Café: 9

Naranja: 5

Azul Claro: 17

